

## Matematika EP1, ajánlott feladatok az 1. zárthelyihez

Az alábbi típusú feladatok várhatóak az 1. zárthelyin. Az alapfeladatokat megoldani tudók sikeres zárthelyire számíthatnak, a \*-os feladatok valamivel nehezebbek vagy további ötletet igényelnek.

### 1. Vektorok

jegyzet 15. fejezet (129. old.) feladatai közül: 5, 6, 9–18, 22–37

\*-os feladatok: 1, 7, 8, 19, 20, 39

### 2. Koordinátageometria

jegyzet 16. fejezet (134. old.) feladatai közül: 1–7, 9–19

\*-os feladatok: 20–23

### 3. Mátrixok

jegyzet 17. fejezet (138. old.) feladatai közül: 1–9, 15–32

\*-os feladat: 11

### 4. Lineáris egyenletrendszerek

jegyzet 18. fejezet (145. old.) feladatai közül: 1–6, 8–20

### 5. Lineáris transzformációk

1. jegyzet 7.3.4. Példa (62. old.)

2. Legyen  $T$  az a síkbeli lineáris transzformáció, amely az  $y = -x$  egyenesre tükröz. Írjuk fel  $T$  mátrixát a sík standard bázisában.

Válasz: Mivel az  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  és  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  vektorok a sík standard bázisa, a keresett mátrix oszlopai ezen vektorok  $T$ -nél vett képei lesznek. Ezen két vektort az adott egyenesre tükrözve látjuk, hogy  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  és  $T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Ezért a keresett mátrix  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Legyen  $T$  az a térbeli lineáris transzformáció, amely az  $x$  tengely körül  $\pi/6$ -tal ( $30^\circ$ -kal) forgat az  $yz$  síkban az óramutató járásával ellentétesen. Írjuk fel  $T$  mátrixát a tér standard bázisában.

Válasz: Mivel a tér standard bázisában a bázisvektorok képei a következők. Mivel az  $x$  tengely körül forgatunk, az helyben marad, azaz  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Az  $yz$  síkban pedig a forgatás eredményeként

$T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$  és  $T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$ . Ezért a keresett mátrix  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$ .