

Matematika EP1 vizsga, 2014. jún. 10.

I. rész: Számítási feladatok

1. Adjuk meg az alábbi sorozat határértékét:

$$a_n = \frac{3^n + (-1)^n n^3}{4^n + (-1)^n n^4}.$$

2. Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

függvényt, hol van lokális minimuma vagy maximuma és inflexiós pontja.

- 3.

$$\int_0^1 \ln(2x + 3) dx = ?$$

4. Határozzuk meg az $y = x^3$ és $x = 1$ görbék valamint az x -tengely által határolt korlátos tartomány súlypontjának koordinátáit.

5. Legyen p valós paraméter és tekintsük a

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

\mathbb{R}^3 -beli vektorokat. Keressük meg p -nek azt az értékét, amelyre a fenti vektorok lineárisan összefüggők.

6. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely merőleges az

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 14 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

egyenesre és átmegy a $(2, 2, 2)$ ponton.

II. rész: Elméleti feladatok

7. Igaz-e, hogy konvergens sorozatnak mindig van korlátos részsorozata? A választ indokoljuk.
8. Hogyan értelmezzük az $f(x)$ függvény x_0 pontbeli jobb ill. bal oldali differenciálhányadosát? Az x_0 -beli jobb és bal oldali differenciálhányados létezése esetén milyen további feltételre van szükség ahhoz, hogy a függvény x_0 -ban differenciálható legyen? Gondoljunk az $f(x) = |x|$ függvényre.
9. Mondjuk ki a Newton – Leibniz-tételt.
10. Írjuk fel, hogyan lehet egy $n \times n$ -es mátrix determinánsát az első sor szerint kifejtteni és hogy az eredeti mátrixból hogyan kapjuk a kifejtésben megjelenő tagokat.
11. Mit jelent az, hogy egy vektortérben a v_1, v_2, \dots, v_n vektorok lineárisan függetlenek? Milyen összefüggés áll fenn egy lineárisan független vektorhalmaz elemszáma és a tér dimenziója között?
12. Egy lineáris egyenletrendszernek általában vagy nincs megoldása vagy egyértelmű megoldása van vagy végtelen sok megoldása van. Ezek közül melyik fordulhat elő, ha az egyenletrendszerről tudjuk, hogy kevesebb egyenletet tartalmaz, mint ahány ismeretlent?

Minden feladat 5 pontos. Az eredményes vizsgához mindkét részből külön-külön is legalább 9 pontot el kell érni.