Algoritmuselmélet gyakorló feladatok

1. Adj $\mathcal{O}(n^4)$ futási idejű algoritmust, amely egy adott n pontú irányítatlan, nemnegatív élsúlyokkal ellátott gráfban megtalálja a legrövidebb összhosszúságú kört (ami egy ponton nem mehet át kétszer). `2002. máj. 28./4.`

2. Adott egy n pontú e élú egyszerű, összefüggő, irányítatlan gráf. Adj $\mathcal{O}(n+e)$ futásidejű algoritmust, ami megtalál egy olyan pontot, ami nem artikulációs pont! (Egy pont *artikulációs pont*, ha elhagyásával a gráf több komponensre esik szét.) `2002. jún. 25./4.`

3. Egy n hosszú $0-1$ sorozatot olyan, legalább 4 hosszú darabokra kell szétvágni, hogy minden keletkezett részben az első két bit megegyezzen az utolsó két bittel. Adjon $\mathcal{O}(n^2)$ lépésszámú algoritmust, amely eldönti, hogy van-e ilyen szétvágás. `2003. márc. 31./5.`

4. A $G(V,E)$ irányított gráf minden éle az $1,2,\ldots,k$ számok valamelyikével van súlyozva. Egy út értéke legyen az úton található élek súlyainak *maximuma*. Határozza meg, hogy ha adott két csúcs $x,y \in V$, akkor mennyi a lehető legkisebb értékű x-ből y-ba vezető út értéke. Ha G éllistával adott és e éle van, akkor a lépésszám legyen $\mathcal{O}(e \log k)$. `2003. márc. 31./6.`

5. Éllistával adott egy G gráf, melynek n csúcsa és e éle van. A gráf minden csúcsához hozzá van rendelve egy 1 és k közötti egész szám (címke). Találjunk (ha létezik) olyan *tarka* utat a gráfban, amelyben minden $1 \leq i \leq k$ címke pontosan egyszer forul elő. Az algoritmus lépésszáma legyen $\mathcal{O}(k!(e+n))$. `2003. máj. 30./4.`

6. Valaki a következő eljárást javasolta minimális feszítőfa keresésére. A G gráf éleit tetszőleges sorrendben megszámozzuk, legyen ez $e_1, e_2, \ldots, e_m$. Kezdetben $T = \emptyset$. Az i. lépésben $(i = 1,2,\ldots,m)$ a T halmazhoz vegyük hozzá az e_i élet. Ha T-ben van kör, akkor hagyjuk el T-ből a kör egyik legnagyobb súlyú élét. Igaz-e, hogy ha a G összefüggő gráf, akkor az m-edik lépés után a T-ben levő élek G egy minimális feszítőfáját alkotják? `2003. jún. 13./4.`

7. A G irányított gráf csúcshalmaza legyen $V = \{1,2,\ldots,n\}$. A gráf egy olyan éllistával adott, amiben az egyes csúcsokhoz tartozó élek tetszőleges sorrendben lehetnek. Lineáris időben készítsük el ebből azt az éllistáját G-nek, amiben minden csúcs listája rendezett (tehát az adott csúcsból éllel elérhető pontok növekvő sorrendben követik egymást). `2003. jún. 13./6.`

8. Az éllistával adott G egyszerű irányítatlan gráfról el akarjuk dönteni, hogy van-e olyan éle, amely G minden körében benne van. Adjon olyan algoritumst, amley ezt $\mathcal{O}(n)$ lépésben megoldja (ahol n a G gráf csúcsainak számát jelöli). `2004. jún. 3./6.`

9. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya . Adjon algoritmust, amely $\mathcal{O}(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását. `2005. ápr. 8./5.`