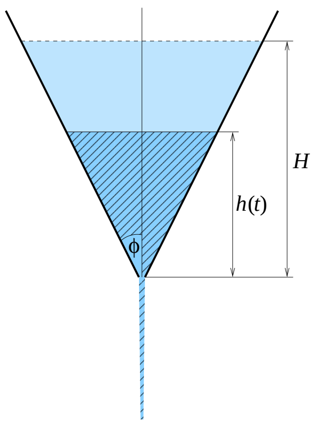
Mérnök-fizikus matematika szigorlat

Írásbeli:	2007.02.06. (kedd),	9–11h,	???
Szóbeli:	2007.02.07. (szerda),	9h-től,	, ???

1. (10 pont)
Milyen transzformációt határoz meg a síkban két egymást metsző tengelyre való tengelyes tükrözés egymás utánja?

Írja föl (az $\mathbb{R}^2$ kanonikus bázisában) az x tengelyre való tengelyes tükrözés $\mathbf{T}_0$ mátrixát, majd az x-tengellyel α szöget bezáró tengelyre való tükrözés $\mathbf{T}_\alpha$ mátrixát, végül számolja ki a $\mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_0$ szorzatot, és ennek segítségével adja meg a választ a legelső kérdésre!

2. (10 pont)
Egy függőleges tengelyű, ϕ félnyílásszögű, csúcsával lefelé néző kúp alakú edény kezdetben H magasságig fel van töltve ideális (viszkozitásmentesen áramló) folyadékkal. Hogyan változik az edényben levő folyadék h szintje a t idő függvényében, ha a kúp csúcsánál kilukasztjuk az edényt? Mennyi idő alatt ürül ki teljesen az edény?



Ismert, hogy az időegység alatt kifolyt folyadék térfogata arányos a pillanatnyi folyadékszint négyzetgyökével, $\left|\frac{\Delta V}{\Delta t}\right| = K\sqrt{h(t)}$, ahol K (a nehézségi gyorsulástól, és a lyuk méretétől függő) konstans.

3. (10 pont)
Az

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C},$$
$$z = x + iy \mapsto f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$$

mindenütt reguláris (differenciálható) komplex függvény valós része:

$$u(x,y) = x^3 + \alpha xy^2, \qquad \text{ahol} \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Határozza meg az α valós paraméter értékét! Határozza meg a függvény $v(x,y)$ képzetes részét!

4. (10 pont)
Egy véletlen téglalapot úgy szerkesztünk, hogy mindkét oldalának hosszát egymástól függetlenül, 0 és 1 között egyenletes eloszlás szerint választjuk. Mi a valószínűsége annak, hogy a téglalap kerülete nagyobb, mint 2, és a területe kisebb, mint $\frac{1}{4}$?

5. (10 pont)
Az l^2 tér kanonikus bázisa $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ Adja meg az

$$A\delta_n = \delta_{2n}$$

képlettel értelmezett A operátor normáját! Konvergál-e az A^k operátor-sorozat az erős vagy a gyenge operátor topológiában? (Ha konvergál, akkor adja meg a határértéket is!)

Összesen 50 pont

Értékelés:		
	0–19 pont:	elégtelen,
	20–27 pont:	elégséges,
	28–34 pont:	közepes,
	35–42 pont:	jó,
	43–50 pont:	jeles.

A szigorlat értékelésébe az írásbeli ill. a szóbeli fele-fele arányban számít. Csak az mehet szóbelizni, aki az írásbelin elérte az elégséges szintet. Az eredmények este megtekinthetők az interneten:

`http://math.bme.hu/~tasnadi/mfszig/mfszig.html`

Ugyancsak a fenti címen olvasható majd a szóbeli időbeosztása.

Jó munkát!