

Mérnök-fizikus matematika szigorlat

Írásbeli: 2007.01.26. (péntek), 9–11h, J.210.
Szóbeli: 2007.01.29. (hétfő), 9h-től, H.45A.

1. (10 pont)

Határozza meg a következő mátrix sajátértékeit, sajátvektorait, a sajátalterekre vetítő spektrális projekciókat, és írja fel a mátrix spektrális felbontását!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. (10 pont)

Egy „végtelenül nyújtható”, eredetileg l hosszúságú gumiszál egyik vége egy falhoz van erősítve. Másik végéről elindul egy katicabogár a fal felé a *gumiszálhoz viszonyított* állandó v sebességgel. Ugyanekkor egy gonosz manó elkezd húzni a gumiszál másik végét a *falhoz viszonyított* állandó u sebességgel az ellenkező irányban.

Eléri-e a katica a falat?

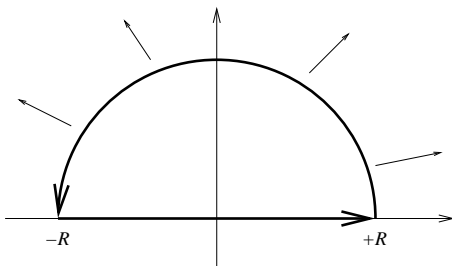
Adja meg a katicának a faltól mért távolságát az idő függvényében! Határozza meg, hogy mikor éri el a katica a falat! (Ha eléri...)

3. (10 pont)

A reziduum-tétel segítségével határozza meg a következő (valós) integrál értékét!

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x+3}{1+x^4} dx$$

Segítség: Az ábrán látható félkörre integráljon, majd vizsgálja az $R \rightarrow \infty$ határesetet!



4. (10 pont)

Legyen α exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Vizsgálja meg, hogy független-e az $[\alpha]$ és a $\{\alpha\}$ valószínűségi változó! (A szokásoknak megfelelően $[\alpha]$, illetve $\{\alpha\}$ az α egész részét, illetve tört részét jelöli.)

5. (10 pont)

Adja meg az l^2 téren az

$$A\delta_n = i\delta_n + \frac{1}{n}\delta_{n+1}$$

operátor adjungáltját! Normális-e az A operátor?

(l^2 a négyzetesen összegezhető sorozatok Hilbert-terét jelöli, melyben $\{\delta_n\}_{n=1}^{\infty}$ a kanonikus bázis.)

Összesen 50 pont

Értékelés: 0–19 pont: elégtelen,
20–27 pont: elégséges,
28–34 pont: közepes,
35–42 pont: jó,
43–50 pont: jeles.

A szigorlat értékelésébe az írásbeli ill. a szóbeli fele-fele arányban számít. Csak az mehet szóbelizni, aki az írásbelin elérte az elégséges szintet. Az eredmények este megtekinthetők az interneten:

<http://math.bme.hu/~tasnadi/mfszig/mfszig.html>

Ugyancsak a fenti címen olvasható majd a szóbeli időbeosztása.

Jó munkát!