Mérnök-fizikus matematika szigorlat

Írásbeli:	2006 jan. 17.,	8–10h,	E.I.C
Szóbeli:	2006 jan. 17.,	14–18h,	E.I.C

1. **(14 pont)** Határozzuk meg a következő differenciálegyenlet általános $y(x)$ megoldását:

$$y'''(x) + 4y'(x) = \sin x.$$

2. **(10 pont)** Reguláris-e az

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \qquad z \mapsto |z|$$

komplex függvény a $z_0 = 1 + i$ pontban? (A választ indokoljuk!)

3. **(13 pont)** A sík $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pontjában elhelyezett célpontra kilőtt lövedékek becsapódási pontjait a (ξ, η) valószínűségi (vektor) változó írja le, melynek sűrűségfüggvénye:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{2\sigma^2}}.$$

Jelölje a becsapódás (ξ, η) helyének és az (a, b) célpontnak a távolságát a síkon ρ. Határozzuk meg ρ-nak, mint valószínűségi változónak az eloszlásfüggvényét és a sűrűségfüggvényét! (Integrálásnál próbálkozzunk a síkbeli polár koordinátákra való áttéréssel.)

4. **(13 pont)** Jelölje $\{\delta_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ az $l^2(\mathbb{N})$ Hilbert-tér kanonikus bázisát, és tekintsük a

$$A_n\delta_k = \begin{cases} \delta_1, & \text{ha } k = n \\ 0, & \text{ha } k \neq n \end{cases}$$

formulával megadott lineáris operátor sorozatot.

($l^2(\mathbb{N})$ elemei azon $\{z_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ komplex számsorozatok, melyekre $\sum_{n\in\mathbb{N}} |z_n|^2 < \infty$. δ_n az a sorozat, melynek az összes eleme 0, kivéve az n-ediket, ami 1.)

   (a) *(4 pont)* Határozzuk meg az A_n operátor normáját!

   (b) *(9 pont)* Mely operátor topológiákban létezik az A_n operátor sorozat határértéke, és ha létezik, mennyi a határérték? (A gyenge-, erős-, valamint az operátor norma által meghatározott topológiát vizsgáljuk.)

Összesen 50 pont

Értékelés:		
	0–19 pont:	elégtelen,
	20–27 pont:	elégséges,
	28–34 pont:	közepes,
	35–42 pont:	jó,
	43–50 pont:	jeles.

A szigorlat értékelésébe az írásbeli ill. a szóbeli fele-fele arányban számít. Csak az mehet szóbelizni, aki az írásbelin elérte az elégséges szintet. Az eredmények délután megtekinthetők az interneten:

`http://math.bme.hu/~tasnadi/mfszig_2005/mfszig.html`

Jó munkát!