

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2012. szeptember 28.**  
**Pontozás:12+13+13+12**      **Jó munkát!**

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a) \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \right) \cdot (\sqrt{9k^2 + 1} - 3k) \quad b) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k^2} \quad c) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k!}$$

2. (a) Keressük meg az  $\dot{x} = 3x + y$ ,  $\dot{y} = 3y + z$ ,  $\dot{z} = 3z$  differenciálegyenlet-rendszer  $x(0) = \sqrt{2}$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ ,  $z(0) = \sqrt{5}$  kezdeti feltételekhez tartozó megoldását. (b)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , adjuk meg minden  $t \in \mathbb{R}$  esetén az  $e^{tA}$  mátrixot.
3. Határozza meg a  $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$  vektormezőnek a  $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$  felület mentén vett felületi integrálját!
4. Egy lassan bomló radioaktív mintában percenként átlagosan 1000 foton keletkezik mint bomlástermék. Minden foton a többitől függetlenül  $1/1000$  valószínűséggel találja el a detektorunkat. Egy kísérletet addig szeretnék folytatni, amíg legalább négy foton el nem találja a detektort. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább öt percig tart majd a kísérlet?

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2012. szeptember 28.**  
**Pontozás:12+13+13+12**      **Jó munkát!**

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a) \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \right) \cdot (\sqrt{9k^2 + 1} - 3k) \quad b) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k^2} \quad c) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k!}$$

2. (a) Keressük meg az  $\dot{x} = 3x + y$ ,  $\dot{y} = 3y + z$ ,  $\dot{z} = 3z$  differenciálegyenlet-rendszer  $x(0) = \sqrt{2}$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ ,  $z(0) = \sqrt{5}$  kezdeti feltételekhez tartozó megoldását. (b)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , adjuk meg minden  $t \in \mathbb{R}$  esetén az  $e^{tA}$  mátrixot.
3. Határozza meg a  $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$  vektormezőnek a  $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$  felület mentén vett felületi integrálját!
4. Egy lassan bomló radioaktív mintában percenként átlagosan 1000 foton keletkezik mint bomlástermék. Minden foton a többitől függetlenül  $1/1000$  valószínűséggel találja el a detektorunkat. Egy kísérletet addig szeretnék folytatni, amíg legalább négy foton el nem találja a detektort. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább öt percig tart majd a kísérlet?

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2012. szeptember 28.**  
**Pontozás:12+13+13+12**      **Jó munkát!**

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a) \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \right) \cdot (\sqrt{9k^2 + 1} - 3k) \quad b) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k^2} \quad c) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k!}$$

2. (a) Keressük meg az  $\dot{x} = 3x + y$ ,  $\dot{y} = 3y + z$ ,  $\dot{z} = 3z$  differenciálegyenlet-rendszer  $x(0) = \sqrt{2}$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ ,  $z(0) = \sqrt{5}$  kezdeti feltételekhez tartozó megoldását. (b)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , adjuk meg minden  $t \in \mathbb{R}$  esetén az  $e^{tA}$  mátrixot.
3. Határozza meg a  $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$  vektormezőnek a  $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$  felület mentén vett felületi integrálját!
4. Egy lassan bomló radioaktív mintában percenként átlagosan 1000 foton keletkezik mint bomlástermék. Minden foton a többitől függetlenül  $1/1000$  valószínűséggel találja el a detektorunkat. Egy kísérletet addig szeretnék folytatni, amíg legalább négy foton el nem találja a detektort. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább öt percig tart majd a kísérlet?