

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2012. május 18.**
Pontozás: 12+13+13+12=50p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = z$$

egyenesre való tükrözés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Tekintsük a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \alpha \cdot \ln(1+r^2) \cdot \mathbf{r} - \beta \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ vektormezőt, és számoljuk ki (a) a fluxusát az origó középpontú, 4 sugarú gömb felszínén; (b) vonalintegrálját az $\mathbf{r}(t) = \cos t \cdot \mathbf{i} + \sin t \cdot \mathbf{j} + (t-2) \cdot \mathbf{k}$; $0 \leq t \leq 4$ térgörbe mentén! A vektormező definíciójában $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ és $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; α és β pozitív valós konstansok.
3. Oldja meg az $y'' \sin y - (y')^2 \cos y = y' \operatorname{ctg} y$, $y(0) = \pi/2$, $y'(0) = -1/2$ kezdetiérték feladatot! (A kezdeti feltételeket érdemes a megoldás közben szem előtt tartani.)
4. Az újév alkalmából autómba 2013. január 1-én 0 : 00-kor új akkumulátor kerül, ennek élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 4 éves várható értékkel. Amint az akkumulátor tönkremegy, újat kell vásárolnom. Az akkumulátor ára 2013-ban 20.000 Ft, ezt követően minden év január 1-én 1.000 Ft-tal emelkedik. (a) Várhatóan mennyit kell majd fizetnem a következő akkumulátorért? (b) Mi a valószínűsége, hogy az akkumulátor cseréjére páros évben (2014-ben, vagy 2016-ban, vagy 2018-ban stb.) kerül sor?

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2012. május 18.**
Pontozás: 12+13+13+12=50p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = z$$

egyenesre való tükrözés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Tekintsük a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \alpha \cdot \ln(1+r^2) \cdot \mathbf{r} - \beta \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ vektormezőt, és számoljuk ki (a) a fluxusát az origó középpontú, 4 sugarú gömb felszínén; (b) vonalintegrálját az $\mathbf{r}(t) = \cos t \cdot \mathbf{i} + \sin t \cdot \mathbf{j} + (t-2) \cdot \mathbf{k}$; $0 \leq t \leq 4$ térgörbe mentén! A vektormező definíciójában $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ és $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; α és β pozitív valós konstansok.
3. Oldja meg az $y'' \sin y - (y')^2 \cos y = y' \operatorname{ctg} y$, $y(0) = \pi/2$, $y'(0) = -1/2$ kezdetiérték feladatot! (A kezdeti feltételeket érdemes a megoldás közben szem előtt tartani.)
4. Az újév alkalmából autómba 2013. január 1-én 0 : 00-kor új akkumulátor kerül, ennek élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 4 éves várható értékkel. Amint az akkumulátor tönkremegy, újat kell vásárolnom. Az akkumulátor ára 2013-ban 20.000 Ft, ezt követően minden év január 1-én 1.000 Ft-tal emelkedik. (a) Várhatóan mennyit kell majd fizetnem a következő akkumulátorért? (b) Mi a valószínűsége, hogy az akkumulátor cseréjére páros évben (2014-ben, vagy 2016-ban, vagy 2018-ban stb.) kerül sor?

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2012. május 18.**
Pontozás: 12+13+13+12=50p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = z$$

egyenesre való tükrözés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Tekintsük a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \alpha \cdot \ln(1+r^2) \cdot \mathbf{r} - \beta \cdot \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ vektormezőt, és számoljuk ki (a) a fluxusát az origó középpontú, 4 sugarú gömb felszínén; (b) vonalintegrálját az $\mathbf{r}(t) = \cos t \cdot \mathbf{i} + \sin t \cdot \mathbf{j} + (t-2) \cdot \mathbf{k}$; $0 \leq t \leq 4$ térgörbe mentén! A vektormező definíciójában $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ és $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; α és β pozitív valós konstansok.
3. Oldja meg az $y'' \sin y - (y')^2 \cos y = y' \operatorname{ctg} y$, $y(0) = \pi/2$, $y'(0) = -1/2$ kezdetiérték feladatot! (A kezdeti feltételeket érdemes a megoldás közben szem előtt tartani.)
4. Az újév alkalmából autómba 2013. január 1-én 0 : 00-kor új akkumulátor kerül, ennek élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó 4 éves várható értékkel. Amint az akkumulátor tönkremegy, újat kell vásárolnom. Az akkumulátor ára 2013-ban 20.000 Ft, ezt követően minden év január 1-én 1.000 Ft-tal emelkedik. (a) Várhatóan mennyit kell majd fizetnem a következő akkumulátorért? (b) Mi a valószínűsége, hogy az akkumulátor cseréjére páros évben (2014-ben, vagy 2016-ban, vagy 2018-ban stb.) kerül sor?