Fizikus matematika szigorlat Írásbeli, 2012. február 29.
Pontozás: 12+13+13+12=50p Jó munkát!

1. (a) Adjuk meg az $f(x)$ függvény Fourier sorát, ha $f(x+2\pi) = f(x)$, és $f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } 0 \le x < \pi, \\ 0 & \text{ha } \pi \le x < 2\pi. \end{cases}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = ?$

2. (a) Válasszuk az $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & c \end{bmatrix}$ szimmetrikus mátrix a és c elemeit egyenletes eloszlással, egymástól függetlenül a $[1/2, 2]$ intervallumból. Mi a valószínűsége, hogy $\det A > 0$?

   (b) Számítógépünk a fenti eloszlással kisorosol 10000 mátrixot egymástól függetlenül. Jelöljük X-szel, hogy ezek között hány mátrixnak pozitív a determinánsa. Becsüljük meg a centrális határeloszlástétel segítségével, hogy milyen határok közé fog esni az X valószínűségi változó 97% valószínűséggel.

3. Határozzuk meg az $\dot{x} = 2x + 3y, \quad \dot{y} = x + 1 + cht$ differenciálegyenlet rendszer általános megoldását (ötlet: írjuk át másodrendű egyenletté), és rajzoljuk fel a homogén rész fázisképét!

4. (a) Írjuk fel az $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z-3)}$ $(z \in \mathbb{C})$ függvény $z_0 = -1$ körüli Laurent-sorát, és adjuk meg ennek konvergencia-tartományát.

   (b) $\oint_{|z-i|=2} \frac{1}{(z+1)^2(z-3)} = ?$

Fizikus matematika szigorlat Írásbeli, 2012. február 29.
Pontozás: 12+13+13+12=50p Jó munkát!

1. (a) Adjuk meg az $f(x)$ függvény Fourier sorát, ha $f(x+2\pi) = f(x)$, és $f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } 0 \le x < \pi, \\ 0 & \text{ha } \pi \le x < 2\pi. \end{cases}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = ?$

2. (a) Válasszuk az $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & c \end{bmatrix}$ szimmetrikus mátrix a és c elemeit egyenletes eloszlással, egymástól függetlenül a $[1/2, 2]$ intervallumból. Mi a valószínűsége, hogy $\det A > 0$?

   (b) Számítógépünk a fenti eloszlással kisorosol 10000 mátrixot egymástól függetlenül. Jelöljük X-szel, hogy ezek között hány mátrixnak pozitív a determinánsa. Becsüljük meg a centrális határeloszlástétel segítségével, hogy milyen határok közé fog esni az X valószínűségi változó 97% valószínűséggel.

3. Határozzuk meg az $\dot{x} = 2x + 3y, \quad \dot{y} = x + 1 + cht$ differenciálegyenlet rendszer általános megoldását (ötlet: írjuk át másodrendű egyenletté), és rajzoljuk fel a homogén rész fázisképét!

4. (a) Írjuk fel az $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z-3)}$ $(z \in \mathbb{C})$ függvény $z_0 = -1$ körüli Laurent-sorát, és adjuk meg ennek konvergencia-tartományát.

   (b) $\oint_{|z-i|=2} \frac{1}{(z+1)^2(z-3)} = ?$

Fizikus matematika szigorlat Írásbeli, 2012. február 29.
Pontozás: 12+13+13+12=50p Jó munkát!

1. (a) Adjuk meg az $f(x)$ függvény Fourier sorát, ha $f(x+2\pi) = f(x)$, és $f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } 0 \le x < \pi, \\ 0 & \text{ha } \pi \le x < 2\pi. \end{cases}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = ?$

2. (a) Válasszuk az $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & c \end{bmatrix}$ szimmetrikus mátrix a és c elemeit egyenletes eloszlással, egymástól függetlenül a $[1/2, 2]$ intervallumból. Mi a valószínűsége, hogy $\det A > 0$?

   (b) Számítógépünk a fenti eloszlással kisorosol 10000 mátrixot egymástól függetlenül. Jelöljük X-szel, hogy ezek között hány mátrixnak pozitív a determinánsa. Becsüljük meg a centrális határeloszlástétel segítségével, hogy milyen határok közé fog esni az X valószínűségi változó 97% valószínűséggel.

3. Határozzuk meg az $\dot{x} = 2x + 3y, \quad \dot{y} = x + 1 + cht$ differenciálegyenlet rendszer általános megoldását (ötlet: írjuk át másodrendű egyenletté), és rajzoljuk fel a homogén rész fázisképét!

4. (a) Írjuk fel az $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2(z-3)}$ $(z \in \mathbb{C})$ függvény $z_0 = -1$ körüli Laurent-sorát, és adjuk meg ennek konvergencia-tartományát.

   (b) $\oint_{|z-i|=2} \frac{1}{(z+1)^2(z-3)} = ?$