

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. január 4.**
Pontozás: 12+12+13+13 pont. **Jó munkát!**

- Adjuk meg a standard bázisban annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, amely az $(1, 0, 1)$, $(0, 1, -1)$, $(1, 0, 2)$ vektorokat rendre 1,2, illetve 3-szorosukra nyújtja. Határozzuk meg a kapott mátrix ezredik hatványát.
- Legyen

$$f(x) = |\sin x| \quad \text{és} \quad g(x) = \frac{1}{2} (\sin x + |\sin x|).$$

Ezek a 2π szerint periodikus, egyoldalon ill. mindkét oldalon egyenirányított szinuszjelek. Határozzuk meg a Fourier soraikat!

- Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, ill. az $y(1) = 2$ feltételt kielégítő partikuláris megoldását.

$$\left(\frac{y^3}{x^4} + y\right)dx - \frac{y^2}{x^3}dy = 0$$

(Ötlet: Keressünk $\frac{y}{x}$ -től függő integráló tényezőt.)

- Egy gyár két fajta érmét gyárt: egy igazságosat, és egy hamisat, ami 55% eséllyel mutat fejet. Van egy ilyen érménk, de nem tudjuk, igazságos-e vagy pedig hamis. Ennek eldöntésére a következő statisztikai tesztet hajtjuk végre: feldobjuk az érmét 1000-szer, ha legalább 525-ször fejet mutat, akkor hamisnak nyilvánítjuk, ha 525-nél kevesebb fej lesz a dobások között, akkor az érmét igazságosnak tekintjük. Mi a valószínűsége, hogy a tesztünk téved abban az esetben, ha az érme igazságos volt? És ha hamis volt?

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. január 4.**
Pontozás: 12+12+13+13 pont. **Jó munkát!**

- Adjuk meg a standard bázisban annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, amely az $(1, 0, 1)$, $(0, 1, -1)$, $(1, 0, 2)$ vektorokat rendre 1,2, illetve 3-szorosukra nyújtja. Határozzuk meg a kapott mátrix ezredik hatványát.
- Legyen

$$f(x) = |\sin x| \quad \text{és} \quad g(x) = \frac{1}{2} (\sin x + |\sin x|).$$

Ezek a 2π szerint periodikus, egyoldalon ill. mindkét oldalon egyenirányított szinuszjelek. Határozzuk meg a Fourier soraikat!

- Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, ill. az $y(1) = 2$ feltételt kielégítő partikuláris megoldását.

$$\left(\frac{y^3}{x^4} + y\right)dx - \frac{y^2}{x^3}dy = 0$$

(Ötlet: Keressünk $\frac{y}{x}$ -től függő integráló tényezőt.)

- Egy gyár két fajta érmét gyárt: egy igazságosat, és egy hamisat, ami 55% eséllyel mutat fejet. Van egy ilyen érménk, de nem tudjuk, igazságos-e vagy pedig hamis. Ennek eldöntésére a következő statisztikai tesztet hajtjuk végre: feldobjuk az érmét 1000-szer, ha legalább 525-ször fejet mutat, akkor hamisnak nyilvánítjuk, ha 525-nél kevesebb fej lesz a dobások között, akkor az érmét igazságosnak tekintjük. Mi a valószínűsége, hogy a tesztünk téved abban az esetben, ha az érme igazságos volt? És ha hamis volt?