Fizikus matematika szigorlat   Írásbeli, 2011. január 21.
Pontozás: 12+12+13+13 pont.   Jó munkát!

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a)\ \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(\sqrt{9k^2+1}-3k\right) \qquad b)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k^2} \qquad c)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k!}$$

2. Adjuk meg az $\frac{xy}{y^3+x^2y}\,dx+\frac{x^2+2y^2}{y^3+x^2y}\,dy=0$ differenciálegyenlet általános megoldását és a differenciálegyenlet $(x_0,y_0)=(1,1)$ kezdeti feltételhez tartozó integrálgörbéjét !

3. Igazolja, hogy $v(x,y)=2x-6xy$ lehet egy differenciálható komplex függvény képzetes része. Találja meg az $u(0,0)=1$ feltételt kielégítő valós részt. Számolja ki az így megadott komplex függvény vonalintegrálját $a=0$ és a $b=1+i$ pontokat összekötő szakasz mentén kétféleképpen: az integrál definíciója és a Newton-Leibniz formula alapján.

4. Válasszuk a P véletlen pontot egyenletes eloszlással az $y=1$, $-1\le x\le 1$ szakaszon, és jelölje ξ a P pont távolságát az origótól. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét, szórását.

Fizikus matematika szigorlat   Írásbeli, 2011. január 21.
Pontozás: 12+12+13+13 pont.   Jó munkát!

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a)\ \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(\sqrt{9k^2+1}-3k\right) \qquad b)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k^2} \qquad c)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k!}$$

2. Adjuk meg az $\frac{xy}{y^3+x^2y}\,dx+\frac{x^2+2y^2}{y^3+x^2y}\,dy=0$ differenciálegyenlet általános megoldását és a differenciálegyenlet $(x_0,y_0)=(1,1)$ kezdeti feltételhez tartozó integrálgörbéjét !

3. Igazolja, hogy $v(x,y)=2x-6xy$ lehet egy differenciálható komplex függvény képzetes része. Találja meg az $u(0,0)=1$ feltételt kielégítő valós részt. Számolja ki az így megadott komplex függvény vonalintegrálját $a=0$ és a $b=1+i$ pontokat összekötő szakasz mentén kétféleképpen: az integrál definíciója és a Newton-Leibniz formula alapján.

4. Válasszuk a P véletlen pontot egyenletes eloszlással az $y=1$, $-1\le x\le 1$ szakaszon, és jelölje ξ a P pont távolságát az origótól. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét, szórását.

Fizikus matematika szigorlat   Írásbeli, 2011. január 21.
Pontozás: 12+12+13+13 pont.   Jó munkát!

1. Határozza meg, hogy konvergensek, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok (állításait indokolja). Konvergencia esetén számítsa ki az összeget 0.1 pontossággal.

$$a)\ \sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(\sqrt{9k^2+1}-3k\right) \qquad b)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k^2} \qquad c)\ \sum_{k=1}^{+\infty}\frac{2^k}{k!}$$

2. Adjuk meg az $\frac{xy}{y^3+x^2y}\,dx+\frac{x^2+2y^2}{y^3+x^2y}\,dy=0$ differenciálegyenlet általános megoldását és a differenciálegyenlet $(x_0,y_0)=(1,1)$ kezdeti feltételhez tartozó integrálgörbéjét !

3. Igazolja, hogy $v(x,y)=2x-6xy$ lehet egy differenciálható komplex függvény képzetes része. Találja meg az $u(0,0)=1$ feltételt kielégítő valós részt. Számolja ki az így megadott komplex függvény vonalintegrálját $a=0$ és a $b=1+i$ pontokat összekötő szakasz mentén kétféleképpen: az integrál definíciója és a Newton-Leibniz formula alapján.

4. Válasszuk a P véletlen pontot egyenletes eloszlással az $y=1$, $-1\le x\le 1$ szakaszon, és jelölje ξ a P pont távolságát az origótól. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét, szórását.