

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. február 25.**
Pontozás: 13+11+13+13pont. **Jó munkát!**

1. Számoljuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (2xy + z - e^x)\mathbf{i} + (-y^2 - z^2)\mathbf{j} + (2x + ze^x)\mathbf{k}$ vektormező felületi integrálját az $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid $1 \leq x \leq 2$ részén, a fókuszpont felé irányítva.
2. $f(x) = x + \sin^4 x$, ha $0 \leq x < 2\pi$, és $f(x)$ 2π szerint periodikus. Határozzuk meg a Fourier sorát!
3. Rajzolja le az $\dot{x} = x + y + 2$, $\dot{y} = y - x^2 + 4$ autonóm diff.egyenletrendszer lokális fázisképét az egyensúlyi helyzetek közelében, és vizsgálja az egyensúlyi helyzeteket stabilitás szempontjából! Mindkét egyensúlyi pont esetén adja meg a linearizált rendszer általános megoldását!
4. Bergengóciában minden házaspár felvehet egymillió peták vissza nem térítendő támogatást, amennyiben vállalja, hogy 10 év Nettó Vállalási Idővel (NVI) teljesíti a Népeségfenntartási Minimumcél (NMC): ez legalább három gyerek vállalását jelenti, akik nem mind azonos neműek (szükséges feltétel, hogy a gyerekek között legyen legalább egy lány és legalább egy fiú is). Az NVI-t úgy számítják, hogy a cél megvalósításáig eltelt időből levonásra kerül a közbeeső terhességek 9 hónapja. Egy bergengóc házaspár azon nyomban nekilát az NMC megvalósításának, erőfeszítéseiket minden hónapban, a korábbi próbálkozásoktól függetlenül, 0,1 valószínűséggel koronázza siker, melynek gyümölcse egyforma eséllyel lehet lány vagy fiúgyermek (tekintsünk el az olyan kis valószínűségű eseményektől, mint az ikerterhesség). Siker esetén a terhesség (NVI-ben jóváírt) kilenc hónapjának elteltével folytatják a próbálkozást, egészen addig, amíg az NMC-t el nem érik. Becsüljük meg, legalább mekkora az esélye, hogy ez megvalósul a 10 éves NVI-n belül. (*Útmutatás:* Az NMC eléréséhez szükséges nettó idő nemnegatív valószínűségi változó, ilyenkor elég ismerni a várható értéket egy egyszerű becsléshez.)

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. február 25.**
Pontozás: 13+11+13+13pont. **Jó munkát!**

1. Számoljuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (2xy + z - e^x)\mathbf{i} + (-y^2 - z^2)\mathbf{j} + (2x + ze^x)\mathbf{k}$ vektormező felületi integrálját az $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid $1 \leq x \leq 2$ részén, a fókuszpont felé irányítva.
2. $f(x) = x + \sin^4 x$, ha $0 \leq x < 2\pi$, és $f(x)$ 2π szerint periodikus. Határozzuk meg a Fourier sorát!
3. Rajzolja le az $\dot{x} = x + y + 2$, $\dot{y} = y - x^2 + 4$ autonóm diff.egyenletrendszer lokális fázisképét az egyensúlyi helyzetek közelében, és vizsgálja az egyensúlyi helyzeteket stabilitás szempontjából! Mindkét egyensúlyi pont esetén adja meg a linearizált rendszer általános megoldását!
4. Bergengóciában minden házaspár felvehet egymillió peták vissza nem térítendő támogatást, amennyiben vállalja, hogy 10 év Nettó Vállalási Idővel (NVI) teljesíti a Népeségfenntartási Minimumcél (NMC): ez legalább három gyerek vállalását jelenti, akik nem mind azonos neműek (szükséges feltétel, hogy a gyerekek között legyen legalább egy lány és legalább egy fiú is). Az NVI-t úgy számítják, hogy a cél megvalósításáig eltelt időből levonásra kerül a közbeeső terhességek 9 hónapja. Egy bergengóc házaspár azon nyomban nekilát az NMC megvalósításának, erőfeszítéseiket minden hónapban, a korábbi próbálkozásoktól függetlenül, 0,1 valószínűséggel koronázza siker, melynek gyümölcse egyforma eséllyel lehet lány vagy fiúgyermek (tekintsünk el az olyan kis valószínűségű eseményektől, mint az ikerterhesség). Siker esetén a terhesség (NVI-ben jóváírt) kilenc hónapjának elteltével folytatják a próbálkozást, egészen addig, amíg az NMC-t el nem érik. Becsüljük meg, legalább mekkora az esélye, hogy ez megvalósul a 10 éves NVI-n belül. (*Útmutatás:* Az NMC eléréséhez szükséges nettó idő nemnegatív valószínűségi változó, ilyenkor elég ismerni a várható értéket egy egyszerű becsléshez.)

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. február 25.**
Pontozás: 13+11+13+13pont. **Jó munkát!**

1. Számoljuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (2xy + z - e^x)\mathbf{i} + (-y^2 - z^2)\mathbf{j} + (2x + ze^x)\mathbf{k}$ vektormező felületi integrálját az $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ hiperboloid $1 \leq x \leq 2$ részén, a fókuszpont felé irányítva.
2. $f(x) = x + \sin^4 x$, ha $0 \leq x < 2\pi$, és $f(x)$ 2π szerint periodikus. Határozzuk meg a Fourier sorát!
3. Rajzolja le az $\dot{x} = x + y + 2$, $\dot{y} = y - x^2 + 4$ autonóm diff.egyenletrendszer lokális fázisképét az egyensúlyi helyzetek közelében, és vizsgálja az egyensúlyi helyzeteket stabilitás szempontjából! Mindkét egyensúlyi pont esetén adja meg a linearizált rendszer általános megoldását!
4. Bergengóciában minden házaspár felvehet egymillió peták vissza nem térítendő támogatást, amennyiben vállalja, hogy 10 év Nettó Vállalási Idővel (NVI) teljesíti a Népeségfenntartási Minimumcél (NMC): ez legalább három gyerek vállalását jelenti, akik nem mind azonos neműek (szükséges feltétel, hogy a gyerekek között legyen legalább egy lány és legalább egy fiú is). Az NVI-t úgy számítják, hogy a cél megvalósításáig eltelt időből levonásra kerül a közbeeső terhességek 9 hónapja. Egy bergengóc házaspár azon nyomban nekilát az NMC megvalósításának, erőfeszítéseiket minden hónapban, a korábbi próbálkozásoktól függetlenül, 0,1 valószínűséggel koronázza siker, melynek gyümölcse egyforma eséllyel lehet lány vagy fiúgyermek (tekintsünk el az olyan kis valószínűségű eseményektől, mint az ikerterhesség). Siker esetén a terhesség (NVI-ben jóváírt) kilenc hónapjának elteltével folytatják a próbálkozást, egészen addig, amíg az NMC-t el nem érik. Becsüljük meg, legalább mekkora az esélye, hogy ez megvalósul a 10 éves NVI-n belül. (*Útmutatás:* Az NMC eléréséhez szükséges nettó idő nemnegatív valószínűségi változó, ilyenkor elég ismerni a várható értéket egy egyszerű becsléshez.)