

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. december 16.**
Pontozás: 12p+13p+13p+12p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-1}$$

egyenesre való vetítés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Legyen egy f deriválható komplex függvény valós része $u(x, y) = 1 - \frac{x}{x^2+y^2}$. Határozzuk meg a képzetes részt, ha tudjuk, hogy $f(-i) = 1$. Számolja ki az $\oint_{|z|=1} f(z)dz$ görbementi integrál értékét! Határozza meg a $D = \{z : \text{Im}z \leq 0, |z| < 1\}$ tartomány képét az f leképezésnél, avagy $f(D) = ?$
3. Keressük meg az $\ddot{x} = \frac{1}{x^3}$ másodrendű differenciálegyenlet $x(0) = 2, \dot{x}(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ kezdeti feltételekhez tartozó megoldását.
4. Minden lottósorsoláson az 1-től 90-ig számozott golyók közül húznak ki 5-t, az egyes húzások függetlennek tekinthetők.
(a) Mi a valószínűsége, hogy az 1-es sorszámú golyót egyszer sem húzzák ki 10 egymást követő sorsoláson?
(b) Jelölje X , hogy 10 egymás követő sorsoláson összesen hány különböző sorszámú golyó szerepelt a kihúzottak között (tehát X értéke legalább 5 és legfeljebb 50.) Számoljuk ki X várható értékét.

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. december 16.**
Pontozás: 12p+13p+13p+12p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-1}$$

egyenesre való vetítés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Legyen egy f deriválható komplex függvény valós része $u(x, y) = 1 - \frac{x}{x^2+y^2}$. Határozzuk meg a képzetes részt, ha tudjuk, hogy $f(-i) = 1$. Számolja ki az $\oint_{|z|=1} f(z)dz$ görbementi integrál értékét! Határozza meg a $D = \{z : \text{Im}z \leq 0, |z| < 1\}$ tartomány képét az f leképezésnél, avagy $f(D) = ?$
3. Keressük meg az $\ddot{x} = \frac{1}{x^3}$ másodrendű differenciálegyenlet $x(0) = 2, \dot{x}(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ kezdeti feltételekhez tartozó megoldását.
4. Minden lottósorsoláson az 1-től 90-ig számozott golyók közül húznak ki 5-t, az egyes húzások függetlennek tekinthetők.
(a) Mi a valószínűsége, hogy az 1-es sorszámú golyót egyszer sem húzzák ki 10 egymást követő sorsoláson?
(b) Jelölje X , hogy 10 egymás követő sorsoláson összesen hány különböző sorszámú golyó szerepelt a kihúzottak között (tehát X értéke legalább 5 és legfeljebb 50.) Számoljuk ki X várható értékét.

Fizikus matematika szigorlat **Írásbeli, 2011. december 16.**
Pontozás: 12p+13p+13p+12p **Jó munkát!**

1. Írjuk fel \mathbb{R}^3 standard bázisában az

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-1}$$

egyenesre való vetítés mátrixát! Adjuk meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, a mátrix rangját és determinánsát!

2. Legyen egy f deriválható komplex függvény valós része $u(x, y) = 1 - \frac{x}{x^2+y^2}$. Határozzuk meg a képzetes részt, ha tudjuk, hogy $f(-i) = 1$. Számolja ki az $\oint_{|z|=1} f(z)dz$ görbementi integrál értékét! Határozza meg a $D = \{z : \text{Im}z \leq 0, |z| < 1\}$ tartomány képét az f leképezésnél, avagy $f(D) = ?$
3. Keressük meg az $\ddot{x} = \frac{1}{x^3}$ másodrendű differenciálegyenlet $x(0) = 2, \dot{x}(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ kezdeti feltételekhez tartozó megoldását.
4. Minden lottósorsoláson az 1-től 90-ig számozott golyók közül húznak ki 5-t, az egyes húzások függetlennek tekinthetők.
(a) Mi a valószínűsége, hogy az 1-es sorszámú golyót egyszer sem húzzák ki 10 egymást követő sorsoláson?
(b) Jelölje X , hogy 10 egymás követő sorsoláson összesen hány különböző sorszámú golyó szerepelt a kihúzottak között (tehát X értéke legalább 5 és legfeljebb 50.) Számoljuk ki X várható értékét.