Fizikus Matematika Szigorlat 2010. január 5. Pontozás: 12+12+13+13.

1. Keressük meg a $0 \leq x < \infty$; $0 \leq y \leq e^{-\sqrt{x}}$ egyenlőtlenségekkel definiált (végtelen) tartomány súlypontjának koordinátáit (homogén tömegeloszlást feltételezve).
2. A P véletlen pontot egyenletes eloszlás szerint választjuk egy (egységnyi oldalú) szabályos hatszög belsejében. Jelöljük ξ-vel a P pont távolságát a hatszög P-hez legközelebb eső oldalától. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét és szórását.
3. Tekintsük az $\dot{x} = x + ay$; $\dot{y} = 5x - y$ differenciálegyenlet-rendszert, ahol a valós paraméter. (a) Írjuk fel az általános megoldást és vázoljuk a fázisképet $a = 3$, valamint $a = -1$ esetén. (b) A $a \in \mathbb{R}$ paraméter minden értéke mellett keressük meg az izolált egyensúlyi pontokat, és vizsgáljuk azokat Ljapunov-stabilitás és asszimptotikus stabilitás szempontjából.
4. Határozza meg a $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$ vektormezőnek a $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ felület mentén vett felületi integrálját!

Fizikus Matematika Szigorlat 2010. január 5. Pontozás: 12+12+13+13.

1. Keressük meg a $0 \leq x < \infty$; $0 \leq y \leq e^{-\sqrt{x}}$ egyenlőtlenségekkel definiált (végtelen) tartomány súlypontjának koordinátáit (homogén tömegeloszlást feltételezve).
2. A P véletlen pontot egyenletes eloszlás szerint választjuk egy (egységnyi oldalú) szabályos hatszög belsejében. Jelöljük ξ-vel a P pont távolságát a hatszög P-hez legközelebb eső oldalától. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét és szórását.
3. Tekintsük az $\dot{x} = x + ay$; $\dot{y} = 5x - y$ differenciálegyenlet-rendszert, ahol a valós paraméter. (a) Írjuk fel az általános megoldást és vázoljuk a fázisképet $a = 3$, valamint $a = -1$ esetén. (b) A $a \in \mathbb{R}$ paraméter minden értéke mellett keressük meg az izolált egyensúlyi pontokat, és vizsgáljuk azokat Ljapunov-stabilitás és asszimptotikus stabilitás szempontjából.
4. Határozza meg a $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$ vektormezőnek a $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ felület mentén vett felületi integrálját!

Fizikus Matematika Szigorlat 2010. január 5. Pontozás: 12+12+13+13.

1. Keressük meg a $0 \leq x < \infty$; $0 \leq y \leq e^{-\sqrt{x}}$ egyenlőtlenségekkel definiált (végtelen) tartomány súlypontjának koordinátáit (homogén tömegeloszlást feltételezve).
2. A P véletlen pontot egyenletes eloszlás szerint választjuk egy (egységnyi oldalú) szabályos hatszög belsejében. Jelöljük ξ-vel a P pont távolságát a hatszög P-hez legközelebb eső oldalától. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét és szórását.
3. Tekintsük az $\dot{x} = x + ay$; $\dot{y} = 5x - y$ differenciálegyenlet-rendszert, ahol a valós paraméter. (a) Írjuk fel az általános megoldást és vázoljuk a fázisképet $a = 3$, valamint $a = -1$ esetén. (b) A $a \in \mathbb{R}$ paraméter minden értéke mellett keressük meg az izolált egyensúlyi pontokat, és vizsgáljuk azokat Ljapunov-stabilitás és asszimptotikus stabilitás szempontjából.
4. Határozza meg a $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$ vektormezőnek a $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ felület mentén vett felületi integrálját!

Fizikus Matematika Szigorlat 2010. január 5. Pontozás: 12+12+13+13.

1. Keressük meg a $0 \leq x < \infty$; $0 \leq y \leq e^{-\sqrt{x}}$ egyenlőtlenségekkel definiált (végtelen) tartomány súlypontjának koordinátáit (homogén tömegeloszlást feltételezve).
2. A P véletlen pontot egyenletes eloszlás szerint választjuk egy (egységnyi oldalú) szabályos hatszög belsejében. Jelöljük ξ-vel a P pont távolságát a hatszög P-hez legközelebb eső oldalától. Határozzuk meg a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét, várható értékét és szórását.
3. Tekintsük az $\dot{x} = x + ay$; $\dot{y} = 5x - y$ differenciálegyenlet-rendszert, ahol a valós paraméter. (a) Írjuk fel az általános megoldást és vázoljuk a fázisképet $a = 3$, valamint $a = -1$ esetén. (b) A $a \in \mathbb{R}$ paraméter minden értéke mellett keressük meg az izolált egyensúlyi pontokat, és vizsgáljuk azokat Ljapunov-stabilitás és asszimptotikus stabilitás szempontjából.
4. Határozza meg a $v(x, y, z) = (-x + y + z)\underline{i} + (x - y + z)\underline{j} + (x + y - z)\underline{k}$ vektormezőnek a $\{z = 4 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$ felület mentén vett felületi integrálját!