

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2010. február 26.**  
**Pontozás: 10+12+13+15=50.**      **Jó munkát!**

1. Legyen  $\mathbf{v}$  tetszőleges kétszer diffható vektormező. Bizonyítsuk be, hogy  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = ?$
3. Egy „végtelenül nyújtható”, eredetileg  $l$  hosszúságú gumiszál  $A$  végpontja falhoz van erősítve, a  $B$  végpontból egy katicabogár  $t = 0$  időpontban elindul az  $A$  végpont felé, *gumiszálhoz viszonyított* állandó  $v$  sebességgel. Ugyenakkor a  $B$  végpontot egy gonosz manó elkezd húzni a *falhoz viszonyított* állandó  $u$  sebességgel az ellenkező irányba. Eléri-e a katica a falat, és ha igen, mikor?
4. Feldobunk egy szabályos dobókockát, a dobás eredménye  $Z$ .  $Z$  ismeretében a  $(\xi, \eta)$  véletlen számpárt egyenletes eloszlással választjuk az  $ABCD$  négyszögön belül, ahol  $A = (0, Z)$ ,  $B = (Z, 0)$ ,  $C = (2Z, Z)$  és  $D = (Z, 2Z)$ .  
(a) Független-e  $\xi$  és  $\eta$ ?    (b) Korrelátlan-e  $\xi$  és  $\eta$ ? (Indokoljuk a válaszokat!)    (c)  $P(Z = 6 | \xi + \eta > 12) = ?$

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2010. február 26.**  
**Pontozás: 10+12+13+15=50.**      **Jó munkát!**

1. Legyen  $\mathbf{v}$  tetszőleges kétszer diffható vektormező. Bizonyítsuk be, hogy  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = ?$
3. Egy „végtelenül nyújtható”, eredetileg  $l$  hosszúságú gumiszál  $A$  végpontja falhoz van erősítve, a  $B$  végpontból egy katicabogár  $t = 0$  időpontban elindul az  $A$  végpont felé, *gumiszálhoz viszonyított* állandó  $v$  sebességgel. Ugyenakkor a  $B$  végpontot egy gonosz manó elkezd húzni a *falhoz viszonyított* állandó  $u$  sebességgel az ellenkező irányba. Eléri-e a katica a falat, és ha igen, mikor?
4. Feldobunk egy szabályos dobókockát, a dobás eredménye  $Z$ .  $Z$  ismeretében a  $(\xi, \eta)$  véletlen számpárt egyenletes eloszlással választjuk az  $ABCD$  négyszögön belül, ahol  $A = (0, Z)$ ,  $B = (Z, 0)$ ,  $C = (2Z, Z)$  és  $D = (Z, 2Z)$ .  
(a) Független-e  $\xi$  és  $\eta$ ?    (b) Korrelátlan-e  $\xi$  és  $\eta$ ? (Indokoljuk a válaszokat!)    (c)  $P(Z = 6 | \xi + \eta > 12) = ?$

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2010. február 26.**  
**Pontozás: 10+12+13+15=50.**      **Jó munkát!**

1. Legyen  $\mathbf{v}$  tetszőleges kétszer diffható vektormező. Bizonyítsuk be, hogy  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = ?$
3. Egy „végtelenül nyújtható”, eredetileg  $l$  hosszúságú gumiszál  $A$  végpontja falhoz van erősítve, a  $B$  végpontból egy katicabogár  $t = 0$  időpontban elindul az  $A$  végpont felé, *gumiszálhoz viszonyított* állandó  $v$  sebességgel. Ugyenakkor a  $B$  végpontot egy gonosz manó elkezd húzni a *falhoz viszonyított* állandó  $u$  sebességgel az ellenkező irányba. Eléri-e a katica a falat, és ha igen, mikor?
4. Feldobunk egy szabályos dobókockát, a dobás eredménye  $Z$ .  $Z$  ismeretében a  $(\xi, \eta)$  véletlen számpárt egyenletes eloszlással választjuk az  $ABCD$  négyszögön belül, ahol  $A = (0, Z)$ ,  $B = (Z, 0)$ ,  $C = (2Z, Z)$  és  $D = (Z, 2Z)$ .  
(a) Független-e  $\xi$  és  $\eta$ ?    (b) Korrelátlan-e  $\xi$  és  $\eta$ ? (Indokoljuk a válaszokat!)    (c)  $P(Z = 6 | \xi + \eta > 12) = ?$

**Fizikus matematika szigorlat**      **Írásbeli, 2010. február 26.**  
**Pontozás: 10+12+13+15=50.**      **Jó munkát!**

1. Legyen  $\mathbf{v}$  tetszőleges kétszer diffható vektormező. Bizonyítsuk be, hogy  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{v}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = ?$
3. Egy „végtelenül nyújtható”, eredetileg  $l$  hosszúságú gumiszál  $A$  végpontja falhoz van erősítve, a  $B$  végpontból egy katicabogár  $t = 0$  időpontban elindul az  $A$  végpont felé, *gumiszálhoz viszonyított* állandó  $v$  sebességgel. Ugyenakkor a  $B$  végpontot egy gonosz manó elkezd húzni a *falhoz viszonyított* állandó  $u$  sebességgel az ellenkező irányba. Eléri-e a katica a falat, és ha igen, mikor?
4. Feldobunk egy szabályos dobókockát, a dobás eredménye  $Z$ .  $Z$  ismeretében a  $(\xi, \eta)$  véletlen számpárt egyenletes eloszlással választjuk az  $ABCD$  négyszögön belül, ahol  $A = (0, Z)$ ,  $B = (Z, 0)$ ,  $C = (2Z, Z)$  és  $D = (Z, 2Z)$ .  
(a) Független-e  $\xi$  és  $\eta$ ?    (b) Korrelátlan-e  $\xi$  és  $\eta$ ? (Indokoljuk a válaszokat!)    (c)  $P(Z = 6 | \xi + \eta > 12) = ?$