

Fizika matematika szigorlat **Írásbeli, 2009. október 5.**
Pontozás: 12+13+12+13 . **Jó munkát!**

1. Legyenek X és Y független, standard normális eloszlású valószínűségi változók. Mi a valószínűsége, hogy az $(X, Y) \in \mathbb{R}^2$ véletlen pont a D_1 , illetve a D_2 tartományokba esik, ahol $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y > 0, 1 < x^2 + y^2 < 4\}$, D_2 pedig az $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$ csúcspontú háromszög?

2. Legyen

$$f(x) = |\sin x| \quad \text{és} \quad g(x) = \frac{1}{2} (\sin x + |\sin x|).$$

Ezek a 2π szerint periodikus, egyoldalon ill. mindkét oldalon egyenirányított szinuszjelek. Határozzuk meg a Fourier soraikat!

3. Adja meg az

$$y''' + 2y'' + 5y' = e^{-t} + t + \cos^2(t)$$

differenciálegyenlet általános valós megoldását! És ha $\cos^2(t)$ helyett $\sin^4(2t - 1)$ lenne, akkor hogyan számolna? (Itt nem kell végigszámolni.)

4. Írjuk fel az $f(z) = \frac{1}{z^2(z+i)}$ ($z \in \mathbb{C}$) függvény origó körüli Laurent-sorát, és adjuk meg ennek konvergenciatartományát.

Határozzuk meg a következő komplex vonalintegrálok értékét:

(a) $\oint_{|z-i|=2} z e^{-\frac{1}{z}} \cos \frac{1}{z^2} dz = ?$ (b) $\oint_{|z-i|=3} \frac{e^z}{z^2(z+i)} dz = ?$

Fizika matematika szigorlat **Írásbeli, 2009. október 5.**
Pontozás: 12+13+12+13 . **Jó munkát!**

1. Legyenek X és Y független, standard normális eloszlású valószínűségi változók. Mi a valószínűsége, hogy az $(X, Y) \in \mathbb{R}^2$ véletlen pont a D_1 , illetve a D_2 tartományokba esik, ahol $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y > 0, 1 < x^2 + y^2 < 4\}$, D_2 pedig az $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$ csúcspontú háromszög?

2. Legyen

$$f(x) = |\sin x| \quad \text{és} \quad g(x) = \frac{1}{2} (\sin x + |\sin x|).$$

Ezek a 2π szerint periodikus, egyoldalon ill. mindkét oldalon egyenirányított szinuszjelek. Határozzuk meg a Fourier soraikat!

3. Adja meg az

$$y''' + 2y'' + 5y' = e^{-t} + t + \cos^2(t)$$

differenciálegyenlet általános valós megoldását! És ha $\cos^2(t)$ helyett $\sin^4(2t - 1)$ lenne, akkor hogyan számolna? (Itt nem kell végigszámolni.)

4. Írjuk fel az $f(z) = \frac{1}{z^2(z+i)}$ ($z \in \mathbb{C}$) függvény origó körüli Laurent-sorát, és adjuk meg ennek konvergenciatartományát.

Határozzuk meg a következő komplex vonalintegrálok értékét:

(a) $\oint_{|z-i|=2} z e^{-\frac{1}{z}} \cos \frac{1}{z^2} dz = ?$ (b) $\oint_{|z-i|=3} \frac{e^z}{z^2(z+i)} dz = ?$