Differenciálszámítás - gyakorló feladatok

- **Deriváljuk a következő függvényeket, és a deriváltat hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra:**

1. $f(x) = x \ln x - x$

2. $f(x) = \sqrt{1 - x^2} + x \arcsin x$

3. $f(x) = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln\left(1 + x^2\right)$

4. $f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}}$

5. $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2}\right)$

6. $f(x) = \ln \sqrt{\cos x}$

7. $f(x) = \left(2 - x^2\right) \cos x + 2 x \sin x$

8. $f(x) = e^x\left(x^3 - 3 x^2 + 6 x - 6\right)$

9. $f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{x^2-1}{x^2+1}$

10. $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

11. $f(x) = \ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)$

12. $f(x) = \frac{1}{4 x^4} \ln \frac{1}{x} - \frac{1}{16 x^4}$

13. $f(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{4 - x^2} + 2 \arcsin \frac{x}{2}$

14. $f(x) = \frac{x^2}{1+x^4} - \operatorname{arcctg} x^2$

15. $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2 x}{1-2 x^2}$

16. $f(x) = x (\arcsin x)^2 + 2 \sqrt{1 - x^2} \cdot \arcsin x - 2 x$

17.* $f(x) = \frac{1}{6} \ln \frac{(x+1)^2}{x^2-x+1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$

18.* $f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 9} + \frac{9}{2} \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 9}\right)$

- **Eredmények**

1. $f'(x) = \ln x$
2. $f'(x) = \arcsin x$
3. $f'(x) = \operatorname{arctg} x$
4. $f'(x) = \frac{1}{1+e^{2x}}$
5. $f'(x) = x \ln x$
6. $f'(x) = -\frac{\operatorname{tg} x}{2}$
7. $f'(x) = x^2 \sin x$
8. $f'(x) = x^3 e^x$
9. $f'(x) = \frac{x}{x^4-1}$
10. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
11. $f'(x) = \frac{1}{\sin x}$
12. $f'(x) = \frac{1}{x^5} \ln x$
13. $f'(x) = \sqrt{4 - x^2}$
14. $f'(x) = \frac{4 x}{\left(1+x^4\right)^2}$
15. $f'(x) = \frac{1+2 x^2}{1+4 x^4}$
16. $f'(x) = (\arcsin x)^2$
17. $f'(x) = \frac{1}{1+x^3}$
18. $f'(x) = \sqrt{x^2 + 9}$