NÉV: _____ NEPTUN KÓD: _____

Matematika A2a **Vizsgateszt** *xxxx. xx. xx.*

I. rész. *Ebben a részben minden helyes válasz* 3 *pontot ér. Indokolni csak akkor kell, ha a feladat ezt kéri. A választ a keretbe írjuk!*

1. Definiálja a csoport fogalmát!

2. Definiálja a vektortér fogalmát!

3. Az alábbi térbeli vektorok közül melyek lineárisan függetlenek?
   (1) $\mathbf{a} = [1, 3, -2]$, $\mathbf{b} = [15, 94, 43]$ és $\mathbf{c} = \mathbf{0}$
   (2) $\mathbf{a} = [1, 5, -3]$, $\mathbf{b} = [-3, -15, 9]$ és $\mathbf{c} = [1, 1, 1]$
   (3) $\mathbf{a} = [0, 3, 5]$, $\mathbf{b} = [1, 3, 2]$ és $\mathbf{c} = [4, 1, 1]$

4. Írja le azt a tételt, amely a lineárisan függő vektorrendszert jellemzi!

5. Ha egy vektortérben egy független vektorrendszer n vektort, egy generátorrendszer k vektort tartalmaz, akkor milyen kapcsolat van n és k között?

   A kapcsolat:

6. Definiálja egy vektortér $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n$ vektorrendszerének rangját!

7. Adja meg az $\mathbf{a} = [1, -2, 3]$, $\mathbf{b} = [-1, 2, 4]$ és $\mathbf{c} = [4, -8, 19]$ vektorrendszer rangját!

   A rang =

8. Definiálja a mátrixok közötti szorzást!

9. Mondja ki a Cramer-szabályt!

10. Adja meg az $A = \begin{bmatrix} i & 1 \\ i & 2 \end{bmatrix}$ mátrix inverzét!

$A^{-1} =$

11. Adja meg az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ mátrix sajátértékeit!

A sajátértékek:

12. Adja meg a $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\frac{2n}{n+1})$ számsor 4. részletösszegét!

A részletösszeg:

13. Adja meg a $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ számsor összegét!

Az összeg:

14. Definiálja a Leibniz-sor fogalmát!

15. Mondja ki a hatványsorokkal kapcsolatban tanult Abel-tételt!

16. Adja meg annak az egyváltozós valós f függvénynek a határozott integrálját a $[e, e + 2\pi]$ intervallumon, amely függvényre a következők teljesülnek:
(1) $f(x) = \pi - |x|$, ha $-\pi \leq x \leq \pi$
(2) f(x+2kπ) $= f(x)$ tetszőleges x-re!

Az integrál =

17. Adja meg az előző pontban szereplő függvény Fourier-sorában szereplő együtthatók közül az a_0-t és a b_1-et!

a_0, illetve b_1 :

18. Definiálja egy n-változós valós f függvény P_0 pontbeni differenciálhatóságának fogalmát!

19. Mondja ki a többváltozós valós függvényekre vonatkozó Lagrange-féle középértéktételt!

20. Adja meg az $f(x,y) = \cos x^y + \ln xy$ függvény x-szerinti parciális deriváltját!

$f'_x(x,y) =$

21. Adja meg a $z = e^{(x^2+y^2)}$ függvény lokális szélsőértékhelyeit, és azok minőségét!

22. Adja meg az $f(x,y) = xy$ függvényhez és az $\{(x,y) : 0 \leq x,y \leq 4$ téglalap alakú síkbeli tartománynak az $x = 2$ és $y = 2$ egyenesek által meghatározott beosztásához és az $(1,1)$, $(1,3)$, $(3,1)$, $(3,3)$ reprezentánsrendszeréhez tartozó integrálközelítő összegét!

Az összeg =

23. Mikor mondjuk, hogy egy kétváltozós valós f függvény integrálható egy korlátos, zárt síkbeli D halmazon?

24. Adja meg az $f(x,y) = ye^{xy}$ függvény integrálját a $D = \{(x,y) : 0 \leq x,y \leq 1\}$ halmazon!

Az integrál =

25. Adja meg az $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ függvény integrálját az origó középpontú, 2 sugarú körön!

Az integrál =

II. rész. *Ebben a részben tételeket kell ismertetni és bizonyítani. Ügyeljünk a pontos fogalmazásra! A dolgozat hátlapjára írjunk!*

A. Bizonyítsa be, hogy a mátrixszorzás asszociatív! (12 *pont*)

B. Bizonyítsa be a hatványsorokkal kapcsolatos Abel-tételt! (13 *pont*)