

NÉV: _____

NEPTUN KÓD: _____

Matematika A1a

Mintateszt1

2014. május

I. rész. Ebben a részben minden helyes válasz 3 pontot ér. Indokolni csak akkor kell, ha a feladat ezt kéri. A választ a keretbe írjuk!

1. Az alábbi halmazok közül melyek egyenlők $A \cap B$ -vel?

- (1) $B \setminus A$,
- (2) $\overline{A \cup B}$,
- (3) $A \setminus \overline{B}$

2. Az alábbiak közül melyek logikai azonosságok?

- (1) $p \wedge (p \vee q) = p$
- (2) $1 \wedge p = 1$
- (3) $1 \vee p = 1$

3. Definiálja térbeli vektorok lineáris függetlenségének fogalmát!

4. Definiálja a gyűrű fogalmát!

5. Az alábbi számhalmazok között melyek alkotnak testet az "+" és "." műveletre?

- (1) Az egész számok halmaza
- (2) A racionális számok halmaza
- (3) A komplex számok halmaza

6. Adja meg az $\frac{x-2}{3} = \frac{2y+4}{2} = -z$ és $x = y = z$ egyenesek távolságát!

A távolság =

7. Mondja ki a binomiális tételt komplex számokra!

8. Adja meg a $z = \frac{2+3i}{3-4i}$ komplex szám algebrai alakját!

$z =$

9. Mely állítások helyesek az $a_n = \sqrt{n^3 + n^2} - \sqrt{n^3}$ sorozattal kapcsolatban?

- (1) Az $[a_n]$ sorozat korlátos.
 (2) Az $[a_n]$ sorozat határértéke $1/2$.
 (3) Az $[a_n]$ sorozat határértéke 0 .

10. Mikor mondjuk, hogy az a valós szám határértéke egy $[a_n]$ valós számsorozatnak?

11. Adja meg az $f(x) = \frac{1-\cos x}{x}$ függvény $x_0 = 0$ pontbeli határértékét!

A határérték =

12. Az alábbi függvények közül melyek korlátosak a $[-1, 1]$ intervallumon?

- (1) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x=0, \\ \frac{1}{x} & \text{egyébként.} \end{cases}$
 (2) $f(x) = \arctg x$.

13. Az alábbi függvények közül melyek folytonosak az $x_0 = 0$ pontban?

- (1) $f(x) = \operatorname{ctg} x$.
 (2) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x=0, \\ \frac{\sin x}{x} & \text{egyébként.} \end{cases}$

14. Definiálja egy $f(x)$ egyváltozós valós függvény x_0 pontbeli differenciálhányadosának fogalmát!

15. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- (1) Az $f(x) = |x|$ függvény $x_0 = 0$ -ban differenciálható.
 (2) Az $f(x) = x^3 + x^2$ függvénynek $x_0 = 0$ -ban maximuma van.
 (3) Az $f(x) = x^3 + x^2$ függvénynek $x_0 = -2/3$ -ban maximuma van.

16. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- (1) $\int_0^1 x e^x dx = 2$
 (2) $\int_0^1 x e^x dx = 1$
 (3) $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx = \ln 2$

II. rész. *Ebben a részben egy tételt kell kimondani és bizonyítani. Csak a tétel kimondásáért 1 pont jár.*

- Mondja ki és bizonyítsa be a Moivre-képletet tartalmazó tételt! (12 pont)

Tétel:

Bizonyítás:

OSZTÁLYZATOK: A sikeres vizsgához az első részből legalább 14 pontot, a második részből pedig legalább 4 pontot el kell érni. Ennek teljesülése esetén a vizsgán elért osztályzatot az összpontszám alapján az alábbiak szerint számoljuk ki:

Összpontszám	0 – 17	18 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 60
Osztályzat	1	2	3	4	5

Aki legalább közepes eredményt elér az írásbeli vizsgán úgy, hogy a második részből legalább 6 pontot szerez, szóbeli vizsgával javíthat (ilyenkor a két eredmény átlaga adja a végső osztályzatot).