

NÉV: _____

NEPTUN KÓD: _____

Matematika A1a

Mintateszt2

2014. május

I. rész. Ebben a részben minden helyes válasz 3 pontot ér. Indokolni csak akkor kell, ha a feladatot kéri. A választ a keretbe írjuk!

1. Az alábbi közül melyek halmazelméleti azonosságok?

(1) $B \setminus A = B \cap \bar{A}$,

(2) $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$,

(3) $A \cap (A \cup \bar{B}) = A$

2. Az alábbiak közül melyek logikai azonosságok?

(1) $p \wedge (p \vee q) = q$

(2) $p \wedge p = p$

(3) $\bar{p} \vee p = 0$

3. Definiálja térbeli vektorok skaláris szorzatának fogalmát!

4. Definiálja a test fogalmát!

5. Az alábbi számhalmazok között melyek alkotnak gyűrűt az "+" és "." műveletre?

(1) A pozitív egész számok halmaza.

(2) Az egész számok halmaza.

(3) A komplex számok halmaza.

6. Adja meg a $P_1(1, 0, 2)$ pontnak az $x - 2y + 5z + 3 = 0$ egyenletű síktól való távolságát!

A távolság =

7. Mondja ki a Bernoulli-egyenlőtlenséget tartalmazó tételt!

8. Oldja meg az $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán!

A gyökök:

9. Mely állítások helyesek az $a_n = \frac{5n^3 + 10n + 5}{n^3 + 2n}$ sorozattal kapcsolatban?

(1) Az $[a_n]$ sorozat monoton csökkenő.

(2) Az $[a_n]$ sorozat határértéke 5.

(3) Az $[a_n]$ sorozat határértéke $\frac{1}{5}$.

10. Definiálja egy d távolságfüggvényre nézve M metrikus tér pontjaiból álló sorozat határértékének fogalmát!

11. Adja meg az $f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{x^2+x}{x^3+2} \cos x$ függvény ∞ -ben vett határértékét!

A határérték =

12. Az alábbi függvények közül melyek folytonosak balról az $x_0 = 0$ pontban?

(1) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

(2) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x=0, \\ 2^{\frac{1}{x}} & \text{egyébként.} \end{cases}$

13. Mondja ki a differenciálszámítás Cauchy-féle középértéktételét!

14. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

(1) Az $\text{Arcsin } x$ függvény az $\frac{1}{1+x^2}$ függvény egy primitív függvénye.

(2) Az $\ln|x^2-1|$ függvény a $3 + \frac{2x}{x^2-1}$ függvény egy primitív függvénye.

15. Az alábbi állítások közül melyek igazak egy egyváltozós valós f függvényre?

(1) Ha f differenciálható $[a, b]$ minden pontjában, akkor f integrálható $[a, b]$ -n

(2) Ha f korlátos $[a, b]$ -n, akkor integrálható is $[a, b]$ -n

16. Fogalmazza meg az integrálszámítás középértéktételét!

II. rész. *Ebben a részben egy tételt kell kimondani és bizonyítani. Csak a tétel kimondásáért 1 pont jár.*

Mondja ki és bizonyítsa be a Newton-Leibniz-tételt!

(12 pont)

OSZTÁLYZATOK: A sikeres vizsgához az első részből legalább 14 pontot, a második részből pedig legalább 4 pontot el kell érni. Ennek teljesülése esetén a vizsgán elért osztályzatot az összpontszám alapján az alábbiak szerint számoljuk ki:

Összpontszám	0 – 17	18 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 60
Osztályzat	1	2	3	4	5

Aki legalább közepes eredményt elér az írásbeli vizsgán úgy, hogy a második részből legalább 6 pontot szerez, szóbeli vizsgával javíthat (ilyenkor a két eredmény átlaga adja a végső osztályzatot).