

Valószínűségszámítás 2. ZH
2005. december 2.

1. Legyen az (X, Y) pont egyenletes eloszlású a $(-1, 0)$, $(0, 0)$, $(0, -1)$ pontok által meghatározott háromszögben.

(a) Mi lesz az (X, Y) 2-dimenziós eloszlás kovariancia-mátrixa?

(b) Legyen $Z = X + 2Y$. Mi lesz az (X, Z) 2-dimenziós eloszlás kovariancia-mátrixa?

2. Pistike randevút beszélt meg Juliskával este 6-ra. Pistike két úton is eljuthat a megbeszélte randevú helyszínére, a két út között éremdobással dönt. Az utakon való végigjutás ideje két valószínűségi változót határoz meg: A -t és B -t.

- Az A sűrűségfüggvénye (percekben számolva):

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x < 5 \text{ vagy } x > 20 \\ \frac{2}{75}(x - 5) & , \text{ ha } 5 \leq x < 10 \\ \frac{1}{75}(20 - x) & , \text{ ha } 10 \leq x \leq 20 \end{cases}$$

- A B sűrűségfüggvénye pedig:

$$g(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 5 \\ \frac{1}{10} \exp\left(-\frac{x-5}{10}\right) & , \text{ ha } x > 5 \end{cases}$$

Pistike 6-kor indul útnak, mert elfelejtette nézni az órát. Mi a valószínűsége, hogy találkoznak, ha Juliska nem egy türelmes természet, és maximum tíz percet hajlandó várni?

3. Matekórán a tanár néni öt kérdést tesz fel a gyerekeknek. A 30 fős osztályból minden kérdésre csak Pistike tudja a választ, a tanár néni mégis minden kérdésnél véletlen sorrendben szólítja fel a gyerekeket (egy kérdésen belül ismétlés nélkül, ám függetlenül attól, hogy korábbi kérdéseknél kit szólított fel), egészen addig, amíg sor nem kerül Pistikére, aki végre válaszol.

(a) Mi a valószínűsége, hogy az első kérdésnél Jancsikát nem szólítja fel a tanár néni? És annak, hogy se Jancsikát, se Juliskát nem szólítja fel az első kérdésnél?

(b) Jelölje X azon gyerekek számát, akiket egész órán egyszer se szólított fel a tanár néni. Mennyi X várható értéke és szórása?

(c) **bónusz feladat unalom ellen:** Jelölje Y az összes felszólított gyerek számát, multiplicitással (pl. Pistikét 5-ször is szólítja). Mennyi Y várható értéke és szórása?