

Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika
pótpótZH, 2022 ősz

Minden megoldást részletesen indokolni kell. Azon belül minden alkalmazott jelölést be kell vezetni.

Munkaidő: 90 perc

1. Móricka elgurít egy szabályos dobókockát. Ezután Pistike addig dobál egy szabályos kockával, amíg ki nem jön neki a Móricka által dobott szám.
 - a.) (5 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy Pistikének három dobás elegendő?
 - b.) (5 pont) Várhatóan hány dobás történik összesen?
2. (10 pont) Anna 1000-szer dob egy (szabályos) érmével. Valahányszor fejet dob, Béla is feldobja a saját (szabályos) érméjét. Amikor pedig Béla fejet dob, Cili is dob a maga (szabályos) érméjével. Legyen X a Cili által dobott fejek száma. Írjuk fel X generátorfüggvényét!
3. (10 pont) Jani ügyfélszolgálatos és sokat telefonál: minden ügyféllel pont 5 percet. Sajnos ez alatt az 5 perc alatt $\frac{1}{2}$ valószínűséggel 1, $\frac{1}{4}$ valószínűséggel pedig 2 új hívás fut be, és csak a maradék $\frac{1}{4}$ valószínűséggel nem jön egy se. Sajnos a telefonközpont ezeket a hívásokat nem dobja el, hanem Rammstein-t játszik az ügyfeleknek, amíg Janinál sorra nem kerülnek. Jani az első hívást 08 : 00-kor fogadja, és csak akkor mehet haza, ha nincs a vonalban senki. Mennyi a valószínűsége, hogy Jani az idők végezetéig a telefonnál fog ülni?
4. Egy vasárnapi esti napon Piripócs válogatottja csap össze Kukutyin legjobbjaival grundfociban. Teljes a káosz: ami egy adott percben a pályán történik, lényegében független az előzményektől és az eltelt időtől is. Egy óra alatt a piripócsiak átlagosan 1.5 gólt lőnek, míg a kukutyiniak 2.1-et. A játék 90 percig tart, de ha addig netán nem esne gól, akkor folytatják az első gólig.
 - a.) (3 pont) Várhatóan mennyi időt kell várni az első gólig?
 - b.) (3 pont) Mi az esélye, hogy az első gólt Kukutyin lövi be?
 - c.) (4 pont) Feltéve, hogy az első félidőben nem esett gól, mi az esélye, hogy 2-1-re Piripócs nyeri a meccset?
5. (10 pont) Egy nagy egyetemen a hallgatók 20%-a szereti az animét. Dani addig kérdezgeti vaktában a hallgatókat, amíg nem talál 50 Anime-kedvelőt. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy nem elég 350 hallgatót megkérdeznie.