

Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika

pótZH, 2022 ősz

Minden megoldást részletesen indokolni kell. Azon belül minden alkalmazott jelölést be kell vezetni.

Munkaidő: 90 perc

1. A *Badacsony szelet*TM „Minden ötödik nyer!” akciót hirdetett, mely alapján minden csokipapírba „nyert” illetve „nem nyer” feliratok kerülnek 1 : 4 arányban (véletlenszerűen elszórva). A „nyert” feliratú papírokat aztán egy újabb csokira lehet beváltani. (Az akció során olyan sok csoki került a piacra, hogy az Pistike szempontjából végtelennek tekinthető.)
 - a.) (4 pont) Pistike vett egy Badacsony szeletet, mellyel egy másik szeletet is nyert. Nagy meglepetésére a második csokoládéval egy harmadiknak is a szerencsés birtokosa lett. A harmadikban sajnos már „nem nyert” feliratot talált. Mi ennek az esemény-sornak a valószínűsége?
 - b.) (6 pont) Átlagosan hány csokihoz jut Pistike az akció során egy csokoládé árából?
2. Svindlis Sanya körlevelet készít, mely sikeres dolgozatokat és vizsgákat ígér a címzetteknek, amennyiben továbbküldik 3 barátjuknak. (Ellenkező esetben pedig egy kis nyuszi elsírja magát valahol a világban.) Mindenki, aki ezt a levelet megkapja, 40% eséllyel küldi tovább 3 másik embernek (egyébként pedig senkinek), az előzményektől függetlenül. (Az egyszerűség kedvéért tekintsünk el annak a lehetőségétől, hogy valaki olyannak küldjük a levelet, aki már megkapta mástól.) Kezdetben Sanya csak egy embernek, Pistikének küldi el a körlevelet.
 - a.) (5 pont) Jelölje Y azoknak az embereknek a számát, akik Pistike *barátaiktól* kapják meg a körlevelet. (Vagyis nem Pistikétől magától, hanem egy áttételen keresztül.) Mi Y generátorfüggvénye?
 - b.) (5 pont) Mi annak a valószínűsége, hogy internet-szenzációvá válik Sanya körlevele, ahelyett, hogy a körlevelek láncolata megállna?
3. Piripócs könyvtárában egy régi, elromlásra hajlamos számítógép van. Minden nap háromféle állapotban lehet: „működik”, „rossza a monitor”, illetve „rossza az internet”. Egy adott nap, ha működik, 80% eséllyel fog másnap is működni, 10% eséllyel a monitorja, 10% eséllyel pedig az internet romlik el. Ha az internet rossz, azt könyvtáros 60% eséllyel javítja meg másnapra; ha a monitor rossz, azt csak 20% eséllyel – az előzményektől függetlenül. (A javítás alatt más műszaki probléma nem lép fel.)
 - a.) (4 pont) Feltéve, hogy hétfőn működik a számítógép, mi az esélye, hogy szerdán nem működik a monitor?
 - b.) (6 pont) A polgármester elrendelte, hogy a számítógépet 3 év múlva le kell cserélni. Addig kb. a napok hányad részében fog jól működni a számítógép?
4. A Piripócsi Skacok újság átlagosan 10.4 helyreigazítási pert veszít el egy év során. A pereket egymástól független ritka események generálják. (Az egyszerűség kedvéért az év tekinthető 360 naposnak 30 napos hónapokkal.)
 - a.) (3 pont) Feltéve, hogy télen 2 pert veszítettek el, mi az esélye, hogy nyáron legalább 3-at veszítenek?
 - b.) (3 pont) Tiszta lapról indulva átlagosan hány napot kell várni a 4. vesztes helyreigazítási perig?
 - c.) (4 pont) Az elvesztett perek 35%-át a Piripócs a Piripócsiaké (PP) alapítvány kezdeményezi. Mi az esélye, hogy négy hónap alatt az újság egy pert veszít velük szemben, két másikat pedig valaki mással szemben?
5. (10 pont) Egy szemétszállítási vállalat 100 literes és 400 literes kukákra köt szerződést. Az előbbi 7000, az utóbbit 3000 ügyfél veszi igénybe. A kis kukákban átlagosan 80, a nagyokban 300 liter szemetet halmoznak fel egy adott héten, egymástól függetlenül.

A cég (annyi és) akkora kukásautót kíván kiküldeni, ami legfeljebb 1% eséllyel nem lesz képes mindenki szemetét elvinni. Hány literesre tervezzük a kukásautó(k) teljes kapacitását?