

# Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

## 1. ZH pótlása

2019 ősz, 2019.12.10 18:00

Munkaidő: 90 perc. Minden feladat 9 pontot ér.

1. Pistikének három kulcscsomója van, 5, 6 illetve 7 kulccsal. A 18 kulcsból csak egy nyitja a lakását, és ez az egy történetesen az 5 kulcsot tartalmazó kulcscsomón van.. Éjjel Pistike fáradtan érkezik haza. Belenyúl a zsebébe, vaktában kivesz egy kulcscsomót és egyesével belepróbálja a zárba a rajta lévő kulcsokat, amíg meg nem találja a jót. (Azt, hogy melyik kulccsal kezdi, azt vaktában választja, de utána sorban halad a karikán, és minden kulcsot csak egyszer próbál ki.) Ha egyik se jó, akkor visszateszi a kulcscsomót a zsebébe, pihen egy kicsit, majd kezdi előlről.

Várhatóan hány próbálkozásból sikerül Pistikének kinyitni az ajtót? (Egy próbálkozás alatt azt értjük, amikor egy kulcsot belepróbál a zárba.)

*(Egy lehetséges megoldás: használjunk tejes várható érték tételt a Pistike zsebéből való első húzás szerint.)*

2. Egy gyárban két kütyü üzemel folyamatosan. Időnként elromlanak, de akkor azonnal újra cserélik őket. Az egyes kütyük élettartama a többitől független, exponenciális eloszlású valószínűségi változó, 1 hónap várható értékkel. Mennyi a valószínűsége, hogy 2020 január 1-je és március 1-je között 3-nál kevesebb kütyüt kell kicserélni?
3. Egy szelet mazsolás-diós kalácsban átlagosan 9 gyümölcsdarab van, ebből 4 diódarab (a többi mazsola). Móricka és Pistike is vett egy-egy ilyen kalácsot.
  - a.) Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy Móricka pont 10 gyümölcsdarabot talál benne?
  - b.) Móricka eldicsekedett Pistikének, hogy ő a kalácsában pont 10 gyümölcsdarabot talált, és mind mazsola volt. Ezek után körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy a Pistike kalácsa is ugyanilyen?
4. Az  $X$  nemnegatív, egész értékű valószínűségi változó generátorfüggvénye

$$g(z) = c \ln \left( 1 - \frac{z^2}{2} \right).$$

- a.) Mennyi a  $c$  konstans értéke?
  - b.) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 0)$  valószínűség?
  - c.) Mennyi  $X$  várható értéke?
  - d.) Mennyi  $X$  szórása?
  - e.) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 100)$  valószínűség?
5. Van négy szabályos dobókockánk: egy fehér, egy sárga, egy kék és egy piros.
    - a.) A fehérrel dobunk egyszer. Jelölje  $X$  a dobott számot. Mi  $X$  generátorfüggvénye?
    - b.) A sárgával dobunk hatszor. Jelölje  $Y$  a dobott számok összegét. Mi  $Y$  generátorfüggvénye?
    - c.) A kékkel dobunk egyszer. Ezután a pirossal dobunk annyiszor, amennyit a kékkel dobtunk. Jelölje  $Z$  a piros kockával dobott számok összegét. Mi  $Z$  generátorfüggvénye?