

## Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika

mintaZH az első ZH-hoz, 2021 ősz

Minden megoldást részletesen indokolni kell. Azon belül minden alkalmazott jelölést be kell vezetni.

1. Elgurítunk egy piros dobókockát, és a dobott számot  $X$ -szel jelöljük. Ezután elgurítunk  $X$  darab zöld dobókockát, és  $Y$ -nal jelöljük a zöld kockákkal dobott számok *összegét*. Mennyi  $Y$  várható értéke?

2. Pistikék padlásán egy villanykörte van felszerelve, aminek az élettartama exponenciális eloszlású, 1 év várható értékkel. Pistike csak évente kétszer megy fel a padlásra: december 23-án a karácsonyfádszekért, illetve január 23-án, eltenni a karácsonyfádszeket.

Legutóbb, amikor Pistike december 23-án felment, azt vette észre, hogy az égőt felkapcsolva felejtette (nyilván január 23-án, amikor legutóbb ott járt), de már kiégett. Mi annak a valószínűsége, hogy az égő több, mint fél évet világított feleslegesen?

3. Pistike minden nyári este tesz egy sétát, és közben az eget nézi, hullócsillagokat figyelve. Egy este átlagosan 4-et szokott látni. Ennek megfelelően, ha 4-et vagy többet lát, akkor vidáman megy haza, ha viszont kevesebbet, akkor bánatosan.

Pistike augusztus 16-án bánatosan ment haza. Ezt tudva, mennyi a valószínűsége, hogy egyetlen hullócsillagot sem látott?

*(Rávezető kérdés: Legyen  $X$  a Pistike által augusztus 16-án látott hullócsillagok száma - ami persze egy valószínűségi változó. Mi  $X$  eloszlása? Pontosabban: Milyen eloszlással jó modellezni  $X$ -et?)*

4. Az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{ha } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{ha nem} \end{cases}.$$

a.) Mennyi a  $c$  konstans értéke?

b.) Mennyi  $X$  várható értéke?

c.) Legyen  $Y = X^2 + \sqrt{X}$ . Mennyi  $Y$  várható értéke?

5. Egy béka ugrál felfelé a dombra, véletlen nagyságú ugrásokkal, és egyre fárad. Az első ugrása (cm-ben mérve) még egyenletes eloszlású 80 és 100 között, a második egyenletes 60 és 80 között, de a harmadik már csak 40 és 60 között, a negyedik 20 és 40 között, az ötödik 0 és 20 között.

a.) Mennyi az 5 ugrás során összesen megtett út várható értéke?

b.) Mennyi az 5 ugrás során összesen megtett út szórása? (Ennek megválaszolásához kell egy feltétel, ami a feladat szövegében nincs kimondva, csak sejthető. Mi ez a feltétel?)