

## Tömegkiszolgálás

pótpótZH, 2021 tavasz, 2021.05.26, 10:00

Munkaidő: 90 perc. A megoldásokat fényképezve vagy scannelve kérem vissza. Aki ezt nem tudja megoldani, kérem, jelezze!

Minden írásos segédeszköz illetve számológép/számítógép használható, de a feladatokat **önállóan** kell megoldani, vagyis más embertől kérdezni és segítséget elfogadni nem szabad. Ez alól egyedüli kivétel a tárgy előadója.

Minden megoldást részletesen indokolni kell.

1. Az  $X$  valószínűségi változó generátorfüggvénye  $g(z) = \frac{2z^6}{c-z}$ , ahol  $c \in \mathbb{R}$  konstans.
  - a.) Mennyi a  $c$  konstans értéke?
  - b.) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 1)$  valószínűség?
  - c.) Mennyi  $X$  várható értéke?
  - d.) Mennyi  $X$  szórása?
  - e.) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 42)$  valószínűség?
2. Egy számítógépes hálózati elosztó kútyühöz 10 különböző forrásból érkeznek üzenetek. A kútyü ciklusokban működik:  $\Delta t$  ideig fogadja az üzeneteket és sorba állítja őket, majd ugyancsak  $\Delta t$  idő alatt továbbít közülük pontosan 1-et. Tárhelye bőven van, így a sor akármilyen hosszú lehet. A források ismerik a szabályt, ezért mindig csak a megengedett időintervallumban küldenek üzenetet, a  $\Delta t$  idő alatt egymástól és az előzményektől is függetlenül 0.06 valószínűséggel egyet, a maradék valószínűséggel egyet sem.

Amikor elkezdjük figyelni, éppen a továbbítás következne, de a sor üres. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 10000 ciklus (vagyis  $20000\Delta t$  idő) elteltével megint éppen üres?

**Bónusz feladat:** Amikor elkezdjük figyelni, a kútyü éppen továbbított egy üzenetet, és a sor üres. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 10000 ciklus (vagyis  $20000\Delta t$  idő) elteltével megint éppen üres?
3. Egy játékautóban 3 könnyen elromló, a működéshez elengedhetetlen alkatrész van. Ezek élettartama független exponenciális eloszlású 1 év, 2 év illetve 3 év várható értékkel. Javítani nem próbálják: ha elromlik, megy a kukába.
  - a.) Mennyi a valószínűsége, hogy a játékautó 2 év után még működik?
  - b.) Mennyi a játékautó várható élettartama?
4. Pistike autót vezet és dugóban araszol. A sebességváltó mindig az 1,2,3 fokozatok valamelyikében van: sose tud felkacsolni 4-esbe, de üresbe se teszi sose. 1-esből mindig 2-esbe kapcsol, átlagosan fél perc után. 2-esben átlagosan 1 percet tud menni, aztán  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel felkapcsol 3-asba, a maradék  $\frac{2}{3}$  valószínűséggel 1-esbe kell visszakapcsolnia. 3-asban viszont mindig összetorlódik előtte a sor, és egészen 1-esig vissza kell kapcsolnia – átlagosan 1 perc után. (Az egyértelműség kedvéért: Pistike 1-esből 3-asba és 3-asból 2-esbe sose vált.)
  - a.) Modellezzük a sebességváltó állását folytonos idejű Markov láncsal: írjuk le, hogy mit jelölünk mivel, és legyen rögzítve az időegység.

- b.) Írjuk fel a Markov lánc infinitezimális generátorát!
- c.) Amikor az időt mérni kezdjük, Pistike éppen 2-esben döcög. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 5 másodperccel később 3-asban halad?
- d.) Amikor az időt mérni kezdjük, Pistike éppen 2-esben döcög. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy egy órával később éppen 3-asban halad?
- e.) Pistike átlagsebessége 1-esben 10 km/h, 2-esben 20 km/h, 3-asban 40 km/h. Mennyi az átlagsebessége hosszú távon?
5. Egy hivatali ügyintézőhöz a feladatok egyesével érkeznek: két feladat érkezése között az eltelt idő az előzményektől független, exponenciális eloszlású. A feladatokat érkezési sorrendben végzi el: mindegyiket az előzményektől független exponenciális eloszlású idő alatt, átlagosan fél óra alatt. A feladatok elvégzésének határideje az érkezéstől számított 40 óra.
- (Megjegyzés: Ezt lehet úgy is érteni, hogy az ügyintéző csak heti 40 órában dolgozik, és amikor nincs munkaidő, akkor a feladatok elvégzése és érkezése is szünetel, a határidő pedig 1 hét.)*
- a.) Az ügyintéző óránként átlagosan 0.8 feladatot kap. Hány százalékát tudja határidőre teljesíteni hosszú távon?
- b.) Legfeljebb mennyi lehet az ügyintéző terhelése (feladat/óra -ban), ha azt akarjuk, hogy a feladatok 99%-a határidőre meglegyen?