

# Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

## 2. ZH

2016 ősz, 2016.11.29 18:00

Munkaidő: 90 perc.

1. Egy radioaktív mintában másodpercenként átlagosan 3 kis energiájú és 1 nagy energiájú alfa-részecske keletkezik. A detektorunk a nagy energiájú részecskéket 90% valószínűséggel észleli, a kis energiájúakat viszont csak 20% valószínűséggel (a többi részecskétől függetlenül). Mennyi a valószínűsége, hogy egy két másodperc hosszú időintervallumban legalább 4 részecskét észlel?
2. Az  $X$  valószínűségi változó generátorfüggvénye  $g(z) = c(z+z^2+z^4+z^5+z^8+z^{11}+z^{13}+z^{15})$ .
  - a.) (1 pont) Mennyi a  $c$  konstans értéke?
  - b.) (4 pont) Mennyi  $X$  várható értéke?
  - c.) (4 pont) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 8)$  valószínűség?
3. Móricka az egyetemi órák látogatásának egészségügyi kockázatairól ír egy kamu lánclevelet, és elküldi 10 ismerősének a nulladik napon. A levélben benne van, hogy a címzett küldje tovább újabb 10 embernek. A levelet a címzettek egymástól függetlenül 90% valószínűséggel olvasatlanul törlik, ám a maradék 10% valószínűséggel tényleg továbbküldik 10 embernek, a következő napon.
  - a.) Várhatóan hányan küldenek levelet a harmadik napon?
  - b.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy előbb-utóbb senki nem küldi tovább a levelet?
  - c.) Mennyi a levelet továbbküldő emberek számának várható értéke?
4. Egy béka a számegyenesen ugrál. A nullából indul, majd minden másodpercben urgik egyet:  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel helyben,  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel egy egységnyit jobbra,  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel pedig egy egységnyit balra – az előzményektől függetlenül. Móricka a centrális határeloszlás tétel segítségével próbálja megbecsülni annak valószínűségét, hogy a béka 150 ugrás után legalább 10 egységnyivel jutott jobbra. Legfeljebb mennyi lesz Móricka becslésének hibája a Berry-Esseen tétel szerint? *(A tételben szereplő konstans vehetjük 0.4748-nak.)*
5. Egy 45 pontos ZH-n a hallgatók hosszú évek tapasztalata szerint átlagosan 29 pontot szoktak elérni. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy idén a 130 hallgató átlaga legfeljebb 20 pont lesz. *(Tegyük fel, hogy a feladatsor ugyanolyan nehéz, mint máskor, és a hallgatók is ugyanolyan felkészültek, mint máskor. Az egyes hallgatók eredményei függetlenek. Negatív pontszámot nem lehet elérni.)*