

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Éléments de la théorie des probabilités</b>	<b>1</b>
1.1	Expérience stochastique, événement aléatoire . . . . .	1
1.2	Operations sur les événements . . . . .	1
1.3	Probabilité . . . . .	3
1.3.1	Loi empirique des grands nombres . . . . .	3
1.3.2	Espace probabilité . . . . .	4
1.3.3	Propriétés élémentaires d'une loi de probabilité . . . . .	5
1.4	Évaluation d'une loi de probabilité . . . . .	5
1.4.1	Loi uniforme discrète. Analyse combinatoire . . . . .	5
1.4.2	Analyse combinatoire . . . . .	6
1.4.3	Lois uniformes continues . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Probabilités conditionnelles. Événements indépendants</b>	<b>10</b>
2.1	Probabilité conditionnelle . . . . .	10
2.2	Théorème de multiplication . . . . .	11
2.3	Théorème des probabilités totales . . . . .	11
2.4	Théorème de Bayes . . . . .	13
2.4.1	Événements indépendants . . . . .	15
2.4.2	Indépendance entre plusieurs événements . . . . .	16
2.4.3	Remarques . . . . .	17
2.5	Modèles d'urne . . . . .	17
2.5.1	Différents modes de tirage . . . . .	17
2.5.2	Urne contenant deux sortes de boules . . . . .	18
2.6	Application à des problèmes de fiabilité . . . . .	19
2.6.1	Fiabilité des systèmes . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Variabes aléatoires et distributions des probabilités</b>	<b>21</b>
3.1	Variabes aléatoires . . . . .	21
3.2	Fonction de distribution de variable aléatoire . . . . .	22
3.2.1	Définition de la fonction de distribution . . . . .	22
3.2.2	Propriétés des fonctions de répartition . . . . .	23
3.2.3	Fonction de distribution et probabilité sur $\xi$ . . . . .	23

3.3	Variables aléatoires discrètes . . . . .	24
3.4	Variables aléatoires continues . . . . .	25
3.5	Les caractéristiques de la variable aléatoire . . . . .	26
3.5.1	L'espérance mathématique . . . . .	26
3.5.2	Quelques théorèmes relatifs à l'espérance mathématique . . . . .	28
3.5.3	Variance et écart-type . . . . .	28
3.6	Moments . . . . .	30
3.7	Fonctions génératrices des moments . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Distributions particulières de probabilités</b>	<b>31</b>
4.1	Distributions discrètes usuelles . . . . .	31
4.1.1	Variable de Bernoulli . . . . .	31
4.1.2	Distribution uniforme discrète . . . . .	31
4.1.3	Distribution binomiale . . . . .	32
4.1.4	Distribution de Poisson . . . . .	34
4.1.5	Autres lois discrètes . . . . .	37
4.2	Distributions continues usuelles . . . . .	38
4.2.1	Distribution uniforme continue . . . . .	39
4.2.2	Distribution exponentielle . . . . .	39
4.2.3	Distribution normale ou gaussienne . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Variables aléatoires simultanées</b>	<b>45</b>
5.1	Définition des distributions simultanées . . . . .	45
5.1.1	Fonction de répartition conjointe . . . . .	45
5.1.2	Fonction de répartition marginale . . . . .	46
5.1.3	Universalité des fonctions simultanées . . . . .	46
5.2	Couples aléatoires discrètes . . . . .	46
5.3	Couples aléatoires continus . . . . .	48
5.4	Indépendance de deux variables aléatoires . . . . .	50
5.5	Moments d'un couple aléatoire, covariance . . . . .	51
5.6	Dépendance stochastique de deux variables aléatoires . . . . .	53
5.7	Distributions conditionnelles . . . . .	54
5.7.1	Cas discret . . . . .	54

5.7.2	Cas continu . . . . .	55
5.8	Convolution . . . . .	56
5.9	Changements des variables . . . . .	58
<b>6</b>	<b>Théorèmes limites</b>	<b>59</b>
6.1	Inégalité de Markov . . . . .	59
6.2	Inégalité de Tchebyshev . . . . .	59
6.3	La loi faible des grands nombres . . . . .	60
6.4	Théorème central limite . . . . .	61