

## Többváltozós analízis és Differenciálegyenletek szigorlati szóbeli tételsor

- Két- és többváltozós függvények folytonossága, differenciálása, érintősík, gradiens.**

Kétváltozós függvények szemléltetése, határérték, folytonosság.  
Parciális, iránymenti és totális differenciálhatóság, érintősík, gradiens.  
Young-tétel, teljes differenciálok, egzakt differenciálegyenletek.
- Implicit függvények, lokális és feltételes szélsőértékek.**

$R^n$ -ből  $R^m$ -be képező függvény differenciálhatósága, láncszabály.  
Lagrange-féle középértéktétel, differenciálok, hibaszámítás, Taylor-polinom.  
Lokális szélsőérték, kvadratikus alakok, Hesse-mátrix, stacionárius pontok osztályozása.  
Implicitfüggvény-tétel, (*inverzfüggvény-tétel*).  
Feltételes és abszolút szélsőérték-problémák. Lagrange multiplikátor módszer.
- Két- és többváltozós függvények integrálása. Fubini-tétel, integrálás helyettesítéssel, alkalmazások.**

Kettős integrál, Fubini-tétel, integrálás normáltartományon.  
Helyettesítés kettős integrálban, mérték- és integráltranszformáció, Jacobi-determináns, lineáris helyettesítések, síkbeli polárkoordináták.  
Hármas integrál, helyettesítés hármas integrálban, hengerkoordináták, gömbi koordináták. Többes integrál és alkalmazásai a geometriában és a fizikában.
- Görbék és felületek. Skalár-vektor és vektor-vektor függvények differenciálása. Gradiens, divergencia, rotáció, Laplace-operátor. Vektor-vektor függvények vonal- és felületi integrálja. Integrálatalakító tételek.**

Térgörbék (rektifikálhatóság, ívhossz, ívhossz szerinti paraméterezés, görbület, torzió, kísérő triéder, *Frenet-formulák*). Felületek (irányíthatóság, érintősík, felszín),  
Skalármezők és vektormezők differenciálása (gradiens, deriválttenzor, divergencia, rotáció, Laplace operátor), szorzatok divergenciája és rotációja  
Vonalintegrál, potenciálos, konzervatív és örvénymentes vektormezők, Newton-Leibniz formula.  
Vektormező felületi integrálja. Green-tétel, Stokes-tétel. Gauss-Osztrogradszkij tétel.  
Vektoranalízis alkalmazásai a geometriában és a fizikában.
- Függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok, Taylor-sorok, Fourier-sorok.**

Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája, *Cauchy-kritérium*, folytonosság, deriválás, integrálás, Weierstrass-tétel.  
Hatványsorok, konvergenciasugár, konvergenciatartomány, egyenletes konvergencia és következményei, Taylor-sor, analitikus függvények, nevezetes Taylor-sorok (exponenciális, trigonometrikus, mértani, binomiális, logaritmus, inverz trigonometrikus).  
Trigonometrikus és Fourier-sorok. (Fourier-sorok pontonkénti és egyenletes konvergenciájára vonatkozó tételek, Fejér-tétel,  $L^2$  konvergencia, Parseval-egyenlőség.)  
A Fourier sorfejtés technikája és alkalmazásai, hővezetési egyenlet megoldása véges rúdon.
- Komplex függvények, Cauchy-Riemann egyenletek, komplex vonalintegrál.**

Komplex függvények szemléltetése, példák (lineáris,  $1/z$ ,  $\bar{z}$ , polinomok, gyökvonás, exponenciális, trigonometrikus és logaritmus függvények).  
Komplex függvények differenciálhatósága, Cauchy-Riemann egyenletek, harmonikus társkeresés.  
Komplex vonalintegrál, Newton-Leibniz formula, Cauchy-tétel és következményei, Cauchy-formula, reguláris komplex függvények sorfejtése.
- A kezdetiérték-probléma megoldásának egyértelmősége.**

Közönséges differenciálegyenlet, kezdetiérték-probléma és megoldásának definíciója. Lipschitz-tulajdonság, szukcesszív approximáció, a megoldás létezése és lokális egyértelmősége. Analitikus jobb oldalhoz tartozó megoldás analitikus. A lokális egyértelműségből következik a globális egyértelműség. A maximális megoldás minden kompakt halmazt elhagy. Picard–Lindelöf egzisztencia- és unicitástétel (globális változat).
- A kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, függése a jobb oldaltól + Laplace-transzformáció**

Euler-módszer. Epsilon-közelítő megoldás. Arzelá–Ascoli tétel. Cauchy–Peano egzisztencia tétel. Folytonos függés. Differenciálható függés. Laplace-transzformáció definíciója és alaptulajdonságai.
- Lineáris differenciálegyenletek**

Tételek a homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszer megoldásairól. Alaprendszer, alapmátrix, Wronski-determináns. Inhomogén lineáris differenciálegyenlet-rendszer, állandók variálása. Átviteli elv. Magasabb rendű lineáris differenciálegyenlet. A két ismeretlenes állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszer fázisképe.
- Stabilitás**

Autonóm differenciálegyenlet. Stabil, aszimptotikusan stabil, vonzó egyensúlyi pont. Lineáris differenciálegyenlet (origójának) stabilitása. Stabilitásvizsgálat linearizálással. Routh–Hurwitz kritérium. Stabilitásvizsgálat Ljapunov-függvénnyel. Ljapunov-tételek, Barbasin–Kraszovszkij-tétel.