

Exercices

① Résoudre
$$\begin{aligned} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 &= -4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 &= -6 \end{aligned}$$
 avec l'aide de la méthode de pivot.

a) Donner le rang de la matrice des coefficients de x_1, x_2, x_3 (c.à.d. donner $\text{rang } A$).

b) Donner le rang de la matrice augmentée du système (c.à.d. donner $\text{rang}(A|b)$).

② Résoudre
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= -1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 &= 1 \end{aligned}$$

a) voir Ex 1

b) voir Ex 1

③ Résoudre
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 &= 0 \end{aligned}$$

a) voir Ex 1

b) voir Ex 1

c) L'ensemble des sol forme-t-il un sous espace de \mathbb{R}^4 ?
Si oui donner une base et la dim de ce sous espace.

④ a) Déterminer si $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ est une combinaison linéaire

ou non des vecteurs $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

b) Sont ces 3 ~~don~~ vecteurs libres?

⑤ Déterminer si $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix}$ sont libres.

Donner $\text{rang} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} \right\}$ c.à.d. donner $\dim \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} \right\rangle$.

$$\textcircled{6} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & a \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{Ax} = \underline{b}$$

- a) Pour quelles valeurs de "a" \exists -il une/des sol?
b) Pour ces valeurs donner les sol.

$$\textcircled{7} \quad A = \begin{bmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & a & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $\det A = ?$ (en générale)

b) $\det A = ?$ (si $a=6$)

c) Pour quelles valeurs de "a" $A^{-1} \exists$ -elle?

d) Pour $a=6$ donner A^{-1}

- avec opérations élémentaires sur les lignes
- avec l'aide de $\text{adj}A$

$$\textcircled{8} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{X} \cdot \underline{D} = 2A + 3B^T + \underline{X}$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\textcircled{9}$ Dans l'Ex 1 $\det(A) = ?$ $A^{-1} \exists$ -elle?

Si oui utiliser $\underline{x} = A^{-1} \underline{b}$ pour trouver la sol.