Analízis fizikusoknak/mérnököknek vizsga 2017. dec. 21. Mo

I/1.

(1) $$\lim_{n\to\infty} \frac{1-\sqrt{\cos\frac{1}{n}}}{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} \overset{L'H}{\underset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}}{2\sin x \cos x} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

$\left(x = \frac{1}{n}\right)$

2. Mo $$\lim_{n\to\infty} \frac{1-\sqrt{\cos\frac{1}{n}}}{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-\cos\frac{1}{n}}{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)\left(1+\sqrt{\cos\frac{1}{n}}\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1-\cos\frac{1}{n}}{(1/n)^2}}{\frac{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{n}\right)^2}\left(1+\sqrt{\cos\frac{1}{n}}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{1^2\cdot 2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

volt: $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

(2)
$f(x) = 2^x \qquad f(1) = 2$

$f'(x) = 2^x \ln 2 \qquad f'(1) = 2\ln 2$

$f''(x) = 2^x (\ln 2)^2 \qquad f''(1) = 2(\ln 2)^2$

$f'''(x) = 2^x (\ln 2)^3 \qquad f'''(1) = 2(\ln 2)^3$

$$T_3(x) = \sum_{k=0}^{3} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k =$$
$$= f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2}(x-1)^2 + \frac{f'''(1)}{6}(x-1)^3$$
$$= \underline{\underline{2 + 2\ln 2\,(x-1) + \ln^2 2\,(x-1)^2 + \frac{1}{3}\ln^3 2\,(x-1)^3}}$$

(Megj. $f(x) = 2^x = e^{\ln 2\cdot x} \Rightarrow f'(x) = (2^x)' = e^{\ln 2\cdot x}\cdot \ln 2 = 2^x \cdot \ln 2$

$f''(x) = (2^x \underbrace{\ln 2}_{\text{konst}})' = \ln 2\cdot (2^x)' = 2^x(\ln 2)^2$, stb.)

(3)
1. Mo $$\int_0^1 \underbrace{\arcsin x}_{f'g}\, dx = \Big[\underbrace{x}_{f}\, \underbrace{\arcsin x}_{g}\Big]_0^1 - \int_0^1 \underbrace{x}_{f} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}_{g'}\, dx = \arcsin 1 - 0 + \left[\sqrt{1-x^2}\right]_0^1 =$$
$$= \frac{\pi}{2} + 0 - 1 = \underline{\underline{\frac{\pi}{2} - 1}}$$

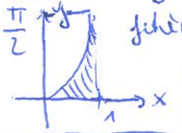
$1 = f'$, $f = x$

$\arcsin x = g$, $g' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\left[\begin{array}{l} 1-x^2 = t \\ -2x = \frac{dt}{dx} \end{array}\right\} \quad \int x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{-2x}{-2}\, dx =$$
$$= \int \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{1}{-2} \cdot \frac{dt}{\cancel{dx}} \cancel{dx} = -\sqrt{t} + C = \underline{\underline{-\sqrt{1-x^2} + C}}\Bigg]$$

(de „ránézésre" is számolható ez)

2. Mo $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$



fehér terület: $\int_0^{\pi/2} \sin y\, dy = $
$= [-\cos y]_0^{\pi/2} = 1$

így $\int_0^1 \arcsin x = \frac{\pi}{2}\cdot 1 - 1$

(4) $$\int e^{2x}\sqrt{1+e^x}\, dx = \int t^2 \sqrt{1+t}\, \underbrace{\frac{1}{t}}_{\frac{dx}{dt}}\, dt = \int t\sqrt{1+t}\, dt = \int (u-1)\sqrt{u}\, du = \int u^{3/2} - u^{1/2}\, du =$$

$e^x = t$

$x = \ln t$

$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}$

$1+t = u$

$dt = du$

$$= \frac{u^{5/2}}{5/2} - \frac{u^{3/2}}{3/2} + C =$$
$$= \underline{\underline{\frac{2}{5}(1+e^x)^{5/2} - \frac{2}{3}(1+e^x)^{3/2} + C}}$$

Megj. lehet direktben $e^x + 1 = z$ helyettesítést is használni v.
$\int t\sqrt{1+t}\, dt$ parc. int-sal is számolható.

(5) $$\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{3n+2} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^n \cdot \frac{1}{4} = \sum_{k=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{k+1}\frac{1}{4} = \frac{-1}{32}\sum_{k=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^k = \frac{-1}{32}\frac{1}{1-\frac{-1}{8}} = \underline{\underline{\frac{-1}{36}}}$$

$n = k+1$

$n-1 = k$

$|q| = \left|-\frac{1}{8}\right| < 1$

(1.) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A \in \mathbb{R}$, ha $\forall \varepsilon>0\ \exists \delta>0$, h. $0<|x-x_0|<\delta \Rightarrow |f(x)-A|<\varepsilon$.

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$, ha $\forall K>0\ \exists \delta>0$, h. $0<|x-x_0|<\delta \Rightarrow f(x)>K$.

(2.) $f(x)$ az I int-on egyenletesen folytonos, ha $\forall \varepsilon>0\ \exists\delta>0$, h.
$\forall x,y\in I$ $|x-y|<\delta$ esetén $|f(x)-f(y)|<\varepsilon$.

(3.) Rolle-tétel: Tfh $f\in C[a,b]$ és $f\in D(a,b)$, azaz f $[a,b]$-n folytonos és (a,b)-n diffható, és $f(a)=f(b)$. Ekkor $\exists\, c\in(a,b): f'(c)=0$.

Biz A Weierstrass-tétel szerint mivel f $[a,b]$-n folyt, létezik min és max helye $[a,b]$-n.

i) Ha f konstans $[a,b]$-n akkor tetsz $c\in(a,b)$ esetén $f'(c)=0$.

ii) Ha f nem konst. $[a,b]$-n, akkor a max v. a min nem a-ban vagy b-ben veszi fel, hanem egy $c\in(a,b)$ pontban és itt $f'(c)=0$ (mivel a fv ott diffható).

(4.) Dirichlet fv: $D(x)=\begin{cases}1, & x\in\mathbb{Q}\\ 0, & x\in\mathbb{Q}^*\end{cases}$ ez pl $[0,1]$-en nem Riemann-int-ható,

mivel $A(\tau)=0$ (alsó összeg), $F(\tau)=1$ (felső összeg) tetsz τ felosztás esetén, mert $I_- = \sup A(\tau)=0 \neq I_+ = \inf F(\tau)=1$

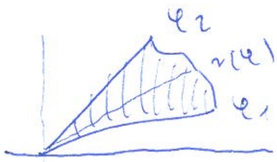
$\inf = 0$, $\sup = 1$ tetsz $\oplus$ hosszú int-on

(5.) a) IGAZ. Ugyanis, ha $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens, akkor $\lim\limits_{N\to\infty} S_N = S$ $\exists$ és véges, ahol $S_N=\sum\limits_{n=1}^{N} a_n$. $a_n = S_n - S_{n-1} \Rightarrow \lim a_n = \lim S_n - \lim S_{n-1} = S-S=0$.

b) NEM IGAZ pl. $a_n=\frac{1}{n}\to 0$, de $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ divergens

(6.) a) $\varphi_1\le\varphi\le\varphi_2$, $0\le r\le r(\varphi)$ szektorszerű tart. területe:

$$\frac{1}{2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2(\varphi)\,d\varphi$$, ha $r:[\varphi_1,\varphi_2]\to\mathbb{R}$ folytonos.



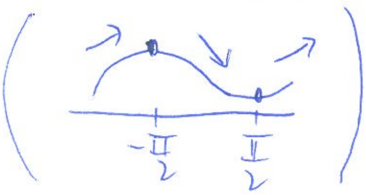
Analízis fizikusoknak mérnököknek vizsga 2017. dec. 21. Mo

(1.) $f(x)=\dfrac{3\sin x-5}{\sin x-2}$, $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}$ $(\sin x\neq 2)$, $f'(x)=\dfrac{3\cos x(\sin x-2)-(3\sin x-5)\cos x}{(\sin x-2)^2}=\dfrac{-\cos x}{(\sin x-2)^2}$

Így $f'(x)=0 \iff \cos x=0 \iff x=\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

$\underbrace{f'(x)<0, \text{ ha } x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)}_{\text{itt szig. mon. fogy } f}$, $f'\left(-\frac{\pi}{2}\right)=f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$, így $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ maximális 0-t tartalmazó int, ahol a fv invertálható

$f'(x)>0$, ha $x\in\left(-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2}\right)$ v. $x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$



$f\big|_{\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]}^{-1}=?$

$$\frac{3\sin x-5}{\sin x-2}=y$$
$$3\sin x-5=y(\sin x-2)$$
$$2y-5=\sin x\,(y-3)$$
$$\frac{2y-5}{y-3}=\sin x$$
$$\arcsin\left(\frac{2y-5}{y-3}\right)=x=f^{-1}(y)$$

$(f^{-1})'\left(\frac{7}{3}\right)=?$

1. Mo

$$(f^{-1})'(y)=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2y-5}{y-3}\right)^2}}\cdot\underbrace{\frac{2(y-3)-(2y-5)}{(y-3)^2}}_{\frac{-1}{(y-3)^2}}$$

$$(f^{-1})'\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\underbrace{\left(\frac{-1/3}{-2/3}\right)^2}_{\frac{1}{4}}}}\cdot\frac{-1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{-1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{4}{9}}=\frac{-3\sqrt{3}}{2}$$

2. Mo

$$(f^{-1})'\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{f'\left(f^{-1}\left(\frac{7}{3}\right)\right)}=\frac{1}{\frac{-\cos\frac{\pi}{6}}{\left(\sin\frac{\pi}{6}-2\right)^2}}=\frac{1}{\frac{-\sqrt{3}/2}{(-3/2)^2}}=\frac{9/4}{-\sqrt{3}/2}=\frac{-3\sqrt{3}}{2}$$

$$f^{-1}\left(\frac{7}{3}\right)=\arcsin\left(\frac{-1/3}{-2/3}\right)=\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{6}$$

f folyt és 2π periodikus, így létezik max, min helye, mivel diffható is mindenhol, így csak ott lehet, ahol $f'(x)=0$.

$\underbrace{f\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)}_{\text{min helyek}}=\dfrac{3\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)-5}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)-2}=\dfrac{-2}{-1}=\underset{\text{min érték}}{2}$, $\underbrace{f\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)}_{\text{max helyek}}=\dfrac{3\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)-5}{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)-2}=\dfrac{-8}{-3}=\underset{\text{max érték}}{\dfrac{8}{3}}$

$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ int-on $\quad f(0)=\frac{5}{2}$ max (0-ban), $\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$ min ($\frac{\pi}{2}$-ben) } int végpontjaiban és $f'=0$ helyeken kell vizsgálni

$\Downarrow$

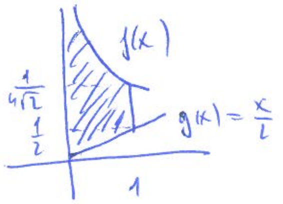
$\mathcal{R}_f=\left[2,\frac{8}{3}\right]$

(2.) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{x+x^2}}$ mon fogy $[0,1]$-en, $\geq \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

$g(x)=\frac{x}{2}$ mon nő $[0,1]$-en, $\leq \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} > \frac{1}{2}$ mivel $2 > \sqrt[4]{2}$

Így $g(x) \leq f(x)$, $x \in [0,1]$. Így forgástest térfogata: $V = \pi \int_0^1 f^2(x)\,dx - \pi \int_0^1 g^2(x)\,dx$



$$\pi \int_0^1 g^2(x)\,dx = \pi \int_0^1 \frac{x^2}{4}\,dx = \pi \left[\frac{x^3}{12}\right]_0^1 = \underline{\underline{\frac{\pi}{12}}}$$

avagy u egy kúp térfogata: $V = \frac{r^2 \pi m}{3} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \pi \cdot 1}{3} = \underline{\underline{\frac{\pi}{12}}}$.

$$\pi \int_0^1 f^2(x)\,dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}\,dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}}\,dx = \pi \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{(2x+1)^2 - 1}}\,dx$$

$$= \pi \left[\operatorname{arch}(2x+1)\right]_0^1 = \pi \left(\operatorname{arch} 3 - \underbrace{\operatorname{arch} 1}_{0}\right) = \underline{\underline{\pi \ln\left(3+\sqrt{8}\right)}}$$

$\operatorname{arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$

Így a forgástest térfogata: $\underline{\underline{\pi \ln\left(3+\sqrt{8}\right) - \frac{\pi}{12}}}$.

Megj. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}\,dx$ int. máshogy is számolható

(a fenti olyan módon, ami mindig működik $\int \frac{1}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\,dx$, $a \neq 0$ alakú integrálra, persze nem mindig arch-fel!)

pl. $\sqrt{x+1} = t \rightsquigarrow x = t^2 - 1$

$$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{dt}{dx}$$

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+x^2}}\,dx = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{x}} \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}_{\frac{dt}{\cancel{dx}}} \cancel{dx} = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{t^2-1}}\,dt = 2\left[\operatorname{arch} t\right]_1^{\sqrt{2}} =$$

$$= 2\left(\operatorname{arch}\sqrt{2} - \underbrace{\operatorname{arch} 1}_{0}\right) = 2\ln\left(\sqrt{2}+1\right) = \ln\left(\sqrt{2}+1\right)^2 = \ln\left(3+\underbrace{2\sqrt{2}}_{\sqrt{8}}\right)$$

(3a) $\int \frac{2x^5+4}{x^4-1} = \int \frac{2x^5-2x+2x+4}{x^4-1} = \int 2x + \int \frac{2x+4}{x^4-1} = \underline{\underline{x^2}} + \underline{\underline{\int \frac{2x+4}{x^4-1}\,dx}}$

vagy írásban osztva: $(\boxed{2x^5}+4):(\boxed{x^4}-1) = \underline{\underline{2x}}$

$-(2x^5-2x)$

$\underline{\underline{2x+4}}$

$$\frac{2x+4}{x^4-1} = \frac{2x+4}{(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{2x+4}{(x^2+1)(x-1)(x+1)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{cx+d}{x^2+1}$$

↑ parc. törtekre bontás

$$2x+4 = a(x^3-x^2+x-1) + b(x^3+x^2+x+1) + \underbrace{(cx+d)(x^2-1)}_{cx^3+dx^2-cx-d}$$

$$\begin{array}{c|l} x^3 & 0 = a+b+c \\ x^2 & 0 = -a+b+d \\ x & 2 = a+b-c \\ 1 & 4 = -a+b-d \end{array}$$

$a+b=1$ $\quad$ $\underline{\underline{c=-1}}$

$-a+b=2$ $\quad$ $\underline{\underline{d=-2}}$

$2b=3$

$\underline{\underline{b=\frac{3}{2}}}$

$\underline{\underline{a=-\frac{1}{2}}}$

$$\underline{\underline{\int \frac{2x+4}{x^4-1}\,dx}} = \int \frac{-1/2}{x+1} + \frac{3/2}{x-1} + \frac{-x-2}{x^2+1}\,dx =$$

$$= \underline{\underline{-\frac{1}{2}\ln|x+1| + \frac{3}{2}\ln|x-1| - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) - 2\,\mathrm{arctg}\,x + C}}$$

(3b) $y'\sin x = y\ln y$ szétválasztható DE

0. lépés $\quad y\equiv C$ mo: $y'=0$ $\quad 0 = y\ln y$ — $y=0$ ↯ $\ln y$ ∄ ; $\ln y = 0 \iff \underline{\underline{y\equiv 1}}$ mo

1. lépés $\quad$ Ha $y\ln y \neq 0$:

$$\int \frac{1}{y\ln y}\,dy = \int \frac{1}{\sin x}\,dx$$

$$\boxed{\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = t \qquad \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}}$$

$$\ln|\ln y| = \int \frac{1}{\cancel{\frac{2t}{1+t^2}}}\,\underbrace{\frac{2}{1+t^2}}_{\frac{dx}{dt}}\,dt$$

$$\ln|\ln y| = \int \frac{1}{t}\,dt = \ln|t| + C_1$$

$$|\ln y| = |t|\cdot e^{C_1}$$

$$\ln y = t\cdot C$$

$$y = e^{t\cdot C} = e^{\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\cdot C}, \quad C\in\mathbb{R}$$

ebben $y\equiv 1$ mo is benne van.

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1 \rightsquigarrow 1 = e^{\overbrace{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)}^{}_{1}\cdot C} \Rightarrow \underline{\underline{C=0}} \Rightarrow \underline{\underline{y\equiv 1}}$

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=e \quad e = e^{1\cdot C} \Rightarrow \underline{\underline{C=1}}, \; \underline{\underline{y = e^{\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}}}$

4.

a) $\sum \frac{2^n n!}{n^n}$ $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{2^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}}{\frac{2^n \cdot n!}{n^n}} = \frac{2(n+1)}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot (n+1)} = \frac{2}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} \to \frac{2}{e} = L < 1$

$\Rightarrow$ a sor konvergens.

(a gyökkrit most nem jó $\lim \sqrt[n]{n!} = +\infty$)

b) 1. Mo Mivel $\sum a_n$ konvergens, ezért $\lim a_n = \lim \frac{2^n n!}{n^n} = 0$.

2. Mo Tétel volt (sorozatokhoz): $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1 \Rightarrow \lim a_n = 0$.

c) $x=1$ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln n}$ gyök és hányadoskrit nem segít, mivel $L=1$.

Integrálkrit?

(Gondolat: $\frac{1}{(n+1)\ln n} \approx \frac{1}{n \ln n}$; $\int_2^\infty \frac{1}{x \ln x}\,dx = \left[\ln(\ln x)\right]_2^\infty =$

$= \lim_{x\to\infty} \ln\ln x - \ln(\ln 2) = +\infty - \ln(\ln 2) = +\infty$

Így $\sum \frac{1}{n\ln n}$ div.)

Így $\sum \frac{1}{(n+1)\ln n}$-t alulról kellene becsülni

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln n} \geq \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$; $\int_2^\infty \frac{1}{(x+1)\ln(x+1)}\,dx = \left[\ln(\ln(x+1))\right]_2^\infty =$

$= \lim_{x\to\infty} \ln\ln(x+1) - \ln(\ln 3) = +\infty$

Így az int div $\Rightarrow$ a sor is div.

$\Rightarrow$ eredeti sor is div.

$x=-1$ esetet következő oldalon

Int. krit használható, mivel:

$f(x) = \frac{1}{(x+1)\ln(x+1)}$

folyt, ≥ 0, mon fogy $[2,+\infty)$-en.

d) $\int_0^\infty \frac{x \,\mathrm{arctg}\, x}{\sqrt[3]{1+x^7}}\,dx$. $f(x) = \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}}$ $[0,+\infty)$-en folytonos

csak $+\infty$-ben improprius az int.

Ötlet: $\frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}} \underset{x\to\infty}{\approx} \frac{x\cdot\frac{\pi}{2}}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{x^{4/3}}$. $\int_1^\infty \frac{1}{x^{4/3}}\,dx < \infty$, mivel $p = \frac{4}{3} > 1$.

Így azt sejtjük, h. az int. konvergens.

Korrekt mo: $\frac{1}{x^{4/3}}$ $x=0$-ban problémás, így 2 részre kell vágni az int-t.

$\int_0^\infty \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}}\,dx = \int_0^1 \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}}\,dx + \int_1^\infty \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}}\,dx$. $\int_0^1 f(x)\,dx < \infty$, mivel f folyt

$\int_1^\infty \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt[3]{1+x^7}}\,dx \leq \int_1^\infty \frac{x}{\sqrt[3]{x^7}}\frac{\pi}{2}\,dx < \infty$.

Így az int. konv.

4. c) $\underline{\underline{x=-1}}$

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$ Leibniz sor, mivel

- vált. előjelű ✓
- $\frac{1}{(n+1)\ln n} \to 0$
- $\frac{1}{(n+1)\ln n}$ mon fogy hiszen $n+1$ és $\ln n$ és a szorzatuk is mon nő és $+$.

$\Rightarrow$ konvergens

Mivel $\sum \frac{1}{(n+1)\ln n}$ div, ezért $\sum \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$ nem absz. konv, csak felt. konv.