

Alkalmazott algebra pótzárthelyi, 2011. november 17.

1. Az alábbi mátrixok közül melyek normálisak, melyek pozitív definiték?

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & 7 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Hét kalapunk van, mindegyikben legfeljebb 1 nyúllal. Minden egyes $i \in \{1, \dots, 7\}$ -re igaz az, hogy a nem az i -edik kalapban levő nyulak száma páros. Hányféleképpen lehetséges ez?
3. Határozzuk meg a $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix Moore–Penrose-féle pszeudoinverzét!
4. Tegyük fel, hogy C egy olyan $n \times n$ -es nemnegatív elemű primitív mátrix, amelyre $C^3 = C$. Igazoljuk, hogy C mindegyik eleme pozitív.
5. Van-e olyan 2×2 -es valós D mátrix, amelyre $\lim_{k \rightarrow \infty} D^k = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?
6. Mi az $M = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 9 & 6 \\ 7 & 9 & 2 & 6 \\ 9 & 2 & 7 & 6 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ mátrix legnagyobb szinguláris értéke?