

Alkalmazott algebra pótzárthelyi, 2010. november 8.

1. Hány megoldása van a kételemű test felett az

$$x_1 + x_2 + x_4 = 1 \quad x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \quad x_2 + x_4 = 1 \quad x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \quad x_3 + x_5 = 1$$

egyenletrendszernek?

2. Az alábbi mátrixok közül mely(ek) normálisak mely(ek) pozitív definit(ek)?

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix},$$

3. Határozzuk meg az alábbi mátrixok Moore-Penrose-féle pszeudoinverzét!

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Keressünk olyan $x \in \mathbb{R}^2$ vektort, amelyre az $Ax = b$ egyenlet a legkisebb (négyzetes) hibával teljesül, azaz az Ax vektor az \mathbb{R}^3 tér szokásos távolságát tekintve a lehető legközelebb esik a b vektorhoz!

5. Határozzuk meg azokat 2×2 -es nemnegatív elemű A mátrixokat, amelyekre A spektrálsugara 1 és az A^k sorozat nem konvergens!