

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar
Energetika, Mechatronika és Terméktervező BSc szakok
Matematika A1H - II. Zárthelyi dolgozat A csoport

Dátum: 2015. november 24.

Munkaidő: 45 perc

Hallgató neve:

Hallgató Neptun kódja:

Gyakorlatvezető:

Felhasználhatóak a kétszeres szögek szögfüggvényeire vonatkozó következő azonosságok is:

$$\sin(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \cos(2\alpha) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1.$$

0.) (3 pont) Mi a differenciálható f függvény egy megadott a pont körüli legjobb lineáris közelítésének az egyenlete?

1.) (4 pont) Elemezze ki és ábrázolja a koordinátarendszerben az $u(x) := x - \frac{1}{x}$ függvényt!

2.) (3 pont) A $\phi(x) := x^{2/3}$ függvény $a = 8$ pontból vett lineáris közelítésének alkalmazásával számítsa ki $9^{2/3}$ közelítő értékét! Számítsa ki a közelítési hibát, felhasználva, hogy a 4 tizedesre pontos érték $9^{2/3} \approx 4,3267$.

3.) (3 pont) Keressük meg az $x^2 + 2xy - y^2 + x - 2 = 0$ egyenletű hiperbola érintőjének egyenletét a görbe $H = (1, 2)$ pontjában!

4.) (3 pont) Bontsa parciális törtekre az $\frac{x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^5 + 2x^3 + x}$ függvényt!

5.) (4 pont) Számítsa ki a $\int \frac{16x - 16}{(4x^2 - 16x + 17)^3} dx$ határozatlan integrált!

Bonus feladat: a Zh-ba nem számít bele, de a pontok a szóbeli vizsgára továbbvihetőek.

6.) (+4 pont) Számítsa ki az 4.) feladatban szereplő racionális törtfüggvény határozatlan integrálját!

Az alábbi értékelési táblázatot a gyakorlatvezető tölti ki!

0.feladat	1.feladat	2. feladat	3.feladat	4.feladat	5.feladat	Összesen	Bonus (6.f)

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar
Energetika, Mechatronika és Terméktervező BSc szakok
Matematika A1H - II. Zárthelyi dolgozat B csoport

Dátum: 2015. november 24.

Munkaidő: 45 perc

Hallgató neve:

Hallgató Neptun kódja:

Gyakorlatvezető:

Felhasználhatóak a kétszeres szögek szögfüggvényeire vonatkozó következő azonosságok is:

$$\sin(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \cos(2\alpha) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1.$$

0.) (3 pont) Mondja ki Lagrange középértéktételét!

1.) (4 pont) Elemezze a $h(x) := |x|^{|x|}$ függvényt!

2.) (3 pont) Tegyük fel, hogy tudjuk az $\ln 3 \approx 1,0986$ négy tizedesre pontos értéket. Számítsunk ki ebből egy jó közelítő értéket az $u := \ln 2$ értékére, felhasználva a $\psi(x) := \ln x$ függvény $a = 9$ pont körüli lineáris közelítését az $x = 8$ pontban. Állapítsuk meg a hibát, ha a pontos érték 4 tizedesjegyre $\ln 2 \approx 0,6931$.

3.) (3 pont) Keressük meg az $x^2 + xy + y^2 = 3$ egyenletű ellipszis érintőjének egyenletét a görbe $E = (1, 1)$ pontjában!

4.) (3 pont) Bontsa parciális törtekre az $\frac{x^4 - 2x^2 + 4x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ függvényt!

5.) (4 pont) Számítsa ki a $\int \frac{12x + 16}{(9x^2 + 12x + 5)^3} dx$ határozatlan integrált!

Bonus feladat: a Zh-ba nem számít bele, de a pontok a szóbeli vizsgára továbbvihetőek.

6.) (+4 pont) Számítsa ki az 4.) feladatban szereplő racionális törtfüggvény határozatlan integrálját!

Az alábbi értékelési táblázatot a gyakorlatvezető tölti ki!

0.feladat	1.feladat	2. feladat	3.feladat	4.feladat	5.feladat	Összesen	Bonus (6.f)

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar
Energetika, Mechatronika és Terméktervező BSc szakok
Matematika A1H - II. Zárthelyi dolgozat C csoport

Dátum: 2015. november 24.

Munkaidő: 45 perc

Hallgató neve:

Hallgató Neptun kódja:

Gyakorlatvezető:

Felhasználhatóak a kétszeres szögek szögfüggvényeire vonatkozó következő azonosságok is:

$$\sin(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \cos(2\alpha) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1.$$

0.) (3 pont) Mit nevezünk "kritikus pontnak", és mi a jelentősége a függvényvizsgálatban?

1.) (4 pont) Elemezze a $(-\pi/2, \pi/2)$ intervallumon a $t(x) := e^{\operatorname{tg} x}$ függvényt!

2.) (3 pont) Számítsuk ki az $\omega := \arctan 1$ közelítő értékét a $\beta(x) := \arctan x$ függvény $a = \sqrt{3}$ körüli lineáris közelítésével. Felhasználhatjuk, hogy 4 tizedesre $\pi \approx 3,1416$ és $\sqrt{3} \approx 1,7321$. Mekkora a hiba? (Útmutatás: használjuk fel az ismert nevezetes szögek, $\pi/3$, $\pi/4$ ismert szögfüggvény értékeit is!)

3.) (3 pont) Írjuk fel a $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$ egyenletű lemniszkáta $L = (3, 1)$ pontbeli érintőjének egyenletét!

4.) (3 pont) Bontsa parciális törtekre az $\frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{x^4 + 3x^2 + 2}$ függvényt!

5.) (4 pont) Számítsa ki a $\int \frac{12x + 4}{(9x^2 - 6x + 2)^3} dx$ határozatlan integrált!

Bonus feladat: a Zh-ba nem számít bele, de a pontok a szóbeli vizsgára továbbvihetőek.

6.) (+4 pont) Számítsa ki az 4.) feladatban szereplő racionális törtfüggvény határozatlan integrálját!

Az alábbi értékelési táblázatot a gyakorlatvezető tölti ki!

0.feladat	1.feladat	2. feladat	3.feladat	4.feladat	5.feladat	Összesen	Bonus (6.f)

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar
Energetika, Mechatronika és Terméktervező BSc szakok
Matematika A1H - II. Zárthelyi dolgozat D csoport

Dátum: 2015. november 24.

Munkaidő: 45 perc

Hallgató neve:

Hallgató Neptun kódja:

Gyakorlatvezető:

Felhasználhatóak a kétszeres szögek szögfüggvényeire vonatkozó következő azonosságok is:

$$\sin(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \quad \cos(2\alpha) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1.$$

0.) (3 pont) Mi a szükséges és elégséges feltétele a függvény deriváltjára vonatkozóan annak, hogy az $f \in \mathcal{D}(I)$ függvény monoton legyen egy I intervallumon?

1.) (4 pont) Függvényvizsgálat elvégzésének alapján ábrázolja az $s(x) := \operatorname{arsh}(e^x)$ függvényt!

2.) (3 pont) Számítsuk ki $\sqrt[3]{2}$ közelítő értékét az $\omega(x) := \sqrt[3]{x}$ függvény $a = 125$ pontban felírt lineáris közelítésének alkalmazásával az $x = 128$ pontban! Hasonlítsuk össze a talált közelítést a 4 tizedesre pontos $\sqrt[3]{2} \approx 1,2599$ értékkel!

3.) (3 pont) Határozzuk meg az $y = f(x)$ függvény érintőjét a $F = (3, 3)$ pontban, ha azt tudjuk, hogy a függvényértékek kielégítik a "Descartes-féle folium" egyenletét: $x^3 + y^3 = 6xy$.

4.) (3 pont) Bontsa parciális törtekre az $\frac{x^3 + 2x^2 + 3x - 2}{(x^2 + 2x + 2)^2}$ függvényt!

5.) (4 pont) Számítsa ki a $\int \frac{16x}{(4x^2 - 8x + 5)^3} dx$ határozatlan integrált!

Bonus feladat: a Zh-ba nem számít bele, de a pontok a szóbeli vizsgára továbbvihetőek.

6.) (+4 pont) Számítsa ki az 4.) feladatban szereplő racionális törtfüggvény határozatlan integrálját!

Az alábbi értékelési táblázatot a gyakorlatvezető tölti ki!

0.feladat	1.feladat	2. feladat	3.feladat	4.feladat	5.feladat	Összesen	Bonus (6.f)