

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK: GYAKVEZ:

ELŐADÓ: Pete Gábor

Valószínűségszámítás ZH 2, 2013. dec. 6.
Munkaidő: 90 perc. Kalkulátor nem használható.

- Legyenek X és Y függetlenek, $\text{Binom}(n, p)$ illetve $\text{Binom}(m, p)$ eloszlással.
 - Számoljuk ki az $\mathbb{E}[X \mid X + Y = k]$ feltételes várható értéket. **(8 pont)**
 - Mennyi $\mathbb{P}[X + Y = k]$? **(2 pont)**
 - Milyen ellenőrzést csinálhatunk az (a) és (b) helyességéről a várható érték toronyszabályának segítségével? **(2 pont)**
 - Legyenek $X \sim N(0, 1)$ és $Y \sim N(0, 3)$ független normálisok, ahol a szórásnégyzetek vannak a zárójelben. Legyen Δ az a szabályos háromszög, melynek alsó oldala az x tengely $[-1, 1]$ szakasza, ezzel szemközti csúcsa pedig a $(0, \sqrt{3})$ pont. Mi a valószínűsége, hogy $(X, Y) \in \Delta$? **(10 pont)**
 - Legyen $X \sim \text{Egyenletes}[0, 1]$ és $Y \sim \text{Exp}(1)$ függetlenek. Legyen $Z = X/Y$ és $W = Y/X$.
 - Mennyi $\mathbb{E}Z$ és mennyi $\mathbb{E}W$? **(6 pont)**
 - Adjuk meg Z sűrűségfüggvényét. **(6 pont)**
 - Legyenek X_1, X_2, \dots, X_n független $\text{Exp}(\lambda)$ eloszlású változók. Rendezzük őket nagyság szerint sorba, így kapjuk az $X_1^* \leq X_2^* \leq \dots \leq X_n^*$ változókat.
 - Micsoda X_1^* sűrűségfüggvénye és mennyi a várhatóértéke? **(6 pont)**
 - Mi az X_2^* sűrűségfüggvénye? **(5 pont)**
 - Mennyi $\mathbb{E}X_2^*$? (Segítség: lehet az előző rész segítségével, vagy anélkül is!) **(5 pont)**
- Bónusz (d) Számoljuk ki X_1^* és X_2^* kovarianciáját! (Segítség: lehet sok számolással, vagy kevéssel is!) **(5 pont)**

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK: GYAKVEZ:

ELŐADÓ: Pete Gábor

Valószínűségszámítás ZH 2, 2013. dec. 6.
Munkaidő: 90 perc. Kalkulátor nem használható.

- Legyenek X és Y függetlenek, $\text{Binom}(n, p)$ illetve $\text{Binom}(m, p)$ eloszlással.
 - Számoljuk ki az $\mathbb{E}[X \mid X + Y = k]$ feltételes várható értéket. **(8 pont)**
 - Mennyi $\mathbb{P}[X + Y = k]$? **(2 pont)**
 - Milyen ellenőrzést csinálhatunk az (a) és (b) helyességéről a várható érték toronyszabályának segítségével? **(2 pont)**
 - Legyenek $X \sim N(0, 1)$ és $Y \sim N(0, 3)$ független normálisok, ahol a szórásnégyzetek vannak a zárójelben. Legyen Δ az a szabályos háromszög, melynek alsó oldala az x tengely $[-1, 1]$ szakasza, ezzel szemközti csúcsa pedig a $(0, \sqrt{3})$ pont. Mi a valószínűsége, hogy $(X, Y) \in \Delta$? **(10 pont)**
 - Legyen $X \sim \text{Egyenletes}[0, 1]$ és $Y \sim \text{Exp}(1)$ függetlenek. Legyen $Z = X/Y$ és $W = Y/X$.
 - Mennyi $\mathbb{E}Z$ és mennyi $\mathbb{E}W$? **(6 pont)**
 - Adjuk meg Z sűrűségfüggvényét. **(6 pont)**
 - Legyenek X_1, X_2, \dots, X_n független $\text{Exp}(\lambda)$ eloszlású változók. Rendezzük őket nagyság szerint sorba, így kapjuk az $X_1^* \leq X_2^* \leq \dots \leq X_n^*$ változókat.
 - Micsoda X_1^* sűrűségfüggvénye és mennyi a várhatóértéke? **(6 pont)**
 - Mi az X_2^* sűrűségfüggvénye? **(5 pont)**
 - Mennyi $\mathbb{E}X_2^*$? (Segítség: lehet az előző rész segítségével, vagy anélkül is!) **(5 pont)**
- Bónusz (d) Számoljuk ki X_1^* és X_2^* kovarianciáját! (Segítség: lehet sok számolással, vagy kevéssel is!) **(5 pont)**