

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

ELŐADÓ: Pete Gábor

GYAKVEZ.:

Valószínűségszámítás PótPótZH 1, 2013. dec. 19.

Munkaidő: 90 perc. Kalkulátor nem használható.

1. A házuk aljában dolgozik Fodrász Feri, aki minden héten vesz valamilyen közéleti hetilapot a várakozó kuncsaftoknak. Mivel csak egy hetilapra van pénze, de nem akar kiszúrni sem az ellenzéki, sem a kormánypárti vendégekkel, minden héten földob egy szabályos pénzérmét, hogy Magyar Narancsot vagy Heti Választ vegyen-e.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy egy év 52 hete alatt pont ugyanannyiszor örülhet Liberális Lili a MaNcs-nak, mint Konzervatív Konrád a HV-nak? **(3 pont)**
 - (b) Átlagosan hány hetet kell várni Liberális Lilinek a második MaNcs-ra? **(4 pont)**
 - (c) Mekkora a szórás az előző részben? **(4 pont)**
 - (d) És melyik héten a legvalószínűbb a második MaNcs megvétele? **(4 pont)**
 - (e) Mi az esélye, hogy Fodrász Ferinek sikerül a veszedelmes felforgató és az idióta talpnyaló képet egyszerre kialakítania magáról azzal, hogy egy év alatt van hat olyan holdhónap, amikor csak MaNcs-ot, és hat olyan holdhónap, amikor csak HV-t vásárol? Az egyszerűség kedvéért tegyük föl, hogy az év pontosan 13 darab négyhetes holdhónapból áll. **(5 pont)**
2. Újságíró Ági elmegy az előző feladat Fodrász Ferijéhez, akármilyen friss hetilapot is talál, azt szakmai érdeklődésből végigolvassa, és persze megtalálja benne az összes sajtóhibát. A Magyar Narancs egy oldalán átlag 0.6 sajtóhiba van, a Heti Válasz egy oldalán átlag 0.9; a MaNcs friss száma 50 oldalas, a HV pedig 40 oldalas.
 - (a) Várhatóan hány sajtóhiba miatt kell Áginak bosszankodnia? **(3 pont)**
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy legalább 35 sajtóhibát talál? Egy rusnya képlet itt elég. **(4 pont)**
 - (c) Föltéve, hogy az első oldalon 2 hibát talál, mi a valószínűsége, hogy egy MaNcs van a kezében? **(4 pont)**
 - (d) Föltéve, hogy az első oldalon 2 hibát talál, várhatóan hány hibát talál a második oldalon? **(5 pont)**
3. Válasszunk egy X számot egyenletesen az $\{1, \dots, n\}$ halmazból.
 - (a) Legyen p és q két különböző prímosztója n -nek. Igazoljuk, hogy az $E_p := \{p \text{ osztója } n\text{-nek}\}$ és $E_q := \{q \text{ osztója } n\text{-nek}\}$ események függetlenek egymástól! **(7 pont)**
 - (b) Igazoljuk a számelmélet Euler-formuláját: annak valószínűsége, hogy X relatív prím n -hez, egyenlő

$$\prod_{p \in \{n \text{ prímosztói}\}} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \text{-vel.}$$

Vigyázat: ez nem következik rögtön az előző részből! **(7 pont)**

NÉV: NEPTUN-KÓD: SZAK:

ELŐADÓ: Pete Gábor

GYAKVEZ.:

Valószínűségszámítás PótPótZH 1, 2013. dec. 19.

Munkaidő: 90 perc. Kalkulátor nem használható.

1. A házuk aljában dolgozik Fodrász Feri, aki minden héten vesz valamilyen közéleti hetilapot a várakozó kuncsaftoknak. Mivel csak egy hetilapra van pénze, de nem akar kiszúrni sem az ellenzéki, sem a kormánypárti vendégekkel, minden héten földob egy szabályos pénzérmét, hogy Magyar Narancsot vagy Heti Választ vegyen-e.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy egy év 52 hete alatt pont ugyanannyiszor örülhet Liberális Lili a MaNcs-nak, mint Konzervatív Konrád a HV-nak? **(3 pont)**
 - (b) Átlagosan hány hetet kell várni Liberális Lilinek a második MaNcs-ra? **(4 pont)**
 - (c) Mekkora a szórás az előző részben? **(4 pont)**
 - (d) És melyik héten a legvalószínűbb a második MaNcs megvétele? **(4 pont)**
 - (e) Mi az esélye, hogy Fodrász Ferinek sikerül a veszedelmes felforgató és az idióta talpnyaló képet egyszerre kialakítania magáról azzal, hogy egy év alatt van hat olyan holdhónap, amikor csak MaNcs-ot, és hat olyan holdhónap, amikor csak HV-t vásárol? Az egyszerűség kedvéért tegyük föl, hogy az év pontosan 13 darab négyhetes holdhónapból áll. **(5 pont)**
2. Újságíró Ági elmegy az előző feladat Fodrász Ferijéhez, akármilyen friss hetilapot is talál, azt szakmai érdeklődésből végigolvassa, és persze megtalálja benne az összes sajtóhibát. A Magyar Narancs egy oldalán átlag 0.6 sajtóhiba van, a Heti Válasz egy oldalán átlag 0.9; a MaNcs friss száma 50 oldalas, a HV pedig 40 oldalas.
 - (a) Várhatóan hány sajtóhiba miatt kell Áginak bosszankodnia? **(3 pont)**
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy legalább 35 sajtóhibát talál? Egy rusnya képlet itt elég. **(4 pont)**
 - (c) Föltéve, hogy az első oldalon 2 hibát talál, mi a valószínűsége, hogy egy MaNcs van a kezében? **(4 pont)**
 - (d) Föltéve, hogy az első oldalon 2 hibát talál, várhatóan hány hibát talál a második oldalon? **(5 pont)**
3. Válasszunk egy X számot egyenletesen az $\{1, \dots, n\}$ halmazból.
 - (a) Legyen p és q két különböző prímosztója n -nek. Igazoljuk, hogy az $E_p := \{p \text{ osztója } n\text{-nek}\}$ és $E_q := \{q \text{ osztója } n\text{-nek}\}$ események függetlenek egymástól! **(7 pont)**
 - (b) Igazoljuk a számelmélet Euler-formuláját: annak valószínűsége, hogy X relatív prím n -hez, egyenlő

$$\prod_{p \in \{n \text{ prímosztói}\}} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \text{-vel.}$$

Vigyázat: ez nem következik rögtön az előző részből! **(7 pont)**