

4. házi feladat. Megoldások,

Fontos a rezolúciónál a konstansok és a változók megkülönböztetése. Általános gond volt a konstansok és a változók jelölése körül. Konstansokat a, b, c, d -vel, esetleg X, Y, Z -vel szoktunk jelölni, míg változókat x, y, z, u, v, w -vel.

11. Illeszthetőek-e a következő klózhalmazok?

g. $\{P(hy, a, z), P(hfw, a, w), P(hfa, a, b)\}$ (itt a konstansok a és b)

M. Először az első két relációt illesszük:

A Robinson algoritmus szerint a lépések a következők:

y/fw

z/w

Az illesztés eredménye: $P(hfw, a, w)$.

Ezután ezt kezdjük el illeszteni a harmadik relációhoz:

w/a . Utóbbinak eredménye: $P(hfa, a, a)$, amelyik nem illeszthető $P(hfa, a, b)$ -hez.

j. $\{Q(gx, hx, fay), Q(y, hga, fyy)\}$ ahol a konstans.

M. Alkalmazva a Robinson algoritmust:

y/gx

x/ga

Ezek eredménye: $Q(gga, hga, fagga)$ és $Q(gga, hga, fggagga)$. Ezek már nem illeszthetőek, mert a és gga nem illeszthető.

Megj. Nem az volt a feladat, hogy "ötletszerűen" helyettesítsünk, hanem

a feladat a Robinson algoritmus alkalmazása volt.

330/12 Igazolja rezolúcióval, hogy helyesek a következtetések:

e) $\forall x(Px \rightarrow \exists yQxy) \wedge \forall x \forall y(Qxy \rightarrow Pfy) \models \forall x(Px \rightarrow \exists yPfy)$

M. Először Skolem normálformára hozzuk a premisszákat és a konklúzió negálját, azaz megkeressük a kiinduló klózokat:

$\forall x(\neg Px \vee Qxa)$

$\forall x \forall y(\neg Qxy \vee Pfy)$

$\neg \forall x(Px \rightarrow \exists yPfy) \Leftrightarrow \exists x \forall y(Px \wedge \neg Pfy) \Leftrightarrow \forall y(Pc \wedge \neg Pfy)$

Szeparálva a kiinduló klózok változóit, elindíthatjuk a rezolúciót:

$\neg Px \vee Qxa$	\uparrow	Qca		\uparrow	\square
$\neg Quv \vee Pfv$	\downarrow		\uparrow	$\neg Quv$	\downarrow $u/c, v/a$
Pc	\downarrow	x/c	\downarrow		
$\neg Pfz$			\downarrow	z/v	

12h

$\{\forall xMx \vee \forall xFx, \exists xFx, \forall x(Fx \rightarrow \neg Mx)\} \models \forall xFx$

M. A formulák Skolem alakjai:

$\forall x \forall y(Mx \vee Fy)$

Fa

$$\forall x(\neg Fx \vee \neg Mx)$$

$$\neg Fb$$

$Mx \vee Fy$	\uparrow	Fy	\uparrow	\square
Fa	\uparrow	$\neg Ma$	\downarrow	x/a
$\neg Fu \vee \neg Mu$	\downarrow	u/a	$ $	
$\neg Fb$	\downarrow	y/b	$ $	

Megj. Különböző egzisztenciális kvantorokat ne specifikáljuk ugyanazon konstansra!

330/13b

Igazolja, hogy azonosan igaz: $\exists xPx \rightarrow \forall xQx \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Qx)$

M. A formula negáltjáról igazoljuk, hogy kielégíthetetlen. Megkeressük a negált formula Skolem alakját.

$$\neg((\exists xPx \rightarrow \forall xQx) \rightarrow \forall x(Px \rightarrow Qx)) \Leftrightarrow (\neg \exists xPx \vee \forall xQx) \wedge \neg \forall x(\neg Px \vee Qx)$$

A konjunkciós tagok Skolem alakjai:

$$\forall x \forall y (\neg Px \vee Qy)$$

$$Pa$$

$$\neg Qa$$

$\neg Px \vee Qy$	\uparrow	Qy	\uparrow	\square
Pa	\downarrow	x/a	$ $	
$\neg Qa$	\downarrow	y/a	$ $	

330/17c

Kielégíthetőek-e a következő formulák? Ha igen, akkor adja meg egy modelljüket:

$$\forall x \forall y (Ax \wedge (\neg Ax \vee Qy \vee Qxy) \wedge (\neg Ax \vee Qy \vee \neg Qxy)).$$

M. A formula már Skolem alakú. Írjuk fel a szeparált kiinduló klózókat:

Ax	\uparrow	$Qyv \vee Qxv$	\uparrow	$\downarrow_{x/v}$	Qyv	\uparrow	$Qyy \vee \neg Qxy$	$\downarrow_{v/x, y/x}$	Qxx
$\neg Au \vee Qvv \vee Qxv$	\downarrow	u/x	$ $			$ $			
$\neg Az \vee Qyy \vee \neg Qzy$	\downarrow		\downarrow			\downarrow	z/x		

Az üres klózt nem lehet levezetni. Q lehet egy reflexív reláció, A pedig tetszőleges azonosan igaz reláció.

Megj. A második lépésnél, $Qyv \vee Qxv$ -re, illesztést is használtunk, ami megengedett lépés az elsőrendű rezolúciónál.

324/32 Mutassa meg, hogy a következmény helytelen:

"Csak azokkal vitatkozok, akiket tartok valamire. Fanatikusokkal sohasem vitatkozok. Tehát a fanatikusokat én nem sokra tartom." ($\forall x, Tx, Fx$).

M. Első lépés a következmény formalizálása:

$$\{\forall x(Vx \rightarrow Tx), \forall x(Vx \rightarrow \neg Fx)\} \models \forall x(Fx \rightarrow \neg Tx)$$

A premisszák és a konklúzió negáltjának Skolem alakjai:

$$\forall x(\neg Vx \vee Tx)$$

$$\forall x(\neg Vx \vee \neg Fx)$$

$$Fa \wedge Ta$$

$$\begin{array}{l}
\hline
\neg \forall x \vee Tx \\
\neg \forall y \vee \neg Fy \quad \lceil \quad \neg Va \\
Fa \quad \quad \quad \rfloor \quad y/a \\
Ta \\
\hline
\end{array}$$

Az üres klóz nem levezethető, tehát a következmény helytelen.

332/25/d

$$\{Rx \rightarrow Rfx, Ra, Rb\} \models \exists x Rfx$$

M. A cél negáltjának klóz alakja: $\neg Rfx$

A program formulák klóz alakjai: $\neg Rx \vee Rfx, Ra, Rb$.

Igazolandó SLD rezolúcióval, hogy a $\neg Rfz, \neg Rx \vee Rfx, Ra, Rb$ klózból levezethető az üres klóz. A lehetséges levezetésekről képet ad a keresési fa, azaz a következő:

$$\begin{array}{l}
\hline
\neg Rfz \\
| \quad z/x \\
\neg Rx \\
x/a \quad \quad x/b \\
\circ \quad \quad \circ \\
\hline
\end{array}$$

Tehát két levezetés is létezik. Például a bal oldali levezetéshez tartozó korrekt válasz a z/a .

Herbrand univerzum: $\{a, fa, ffa, \dots, b, fb, ffb, \dots\}$

332/25/c

M. A következő a kiinduló klóz halmaz - szeparálva a klózokat:

$$\neg Ma$$

$$\neg Sx \vee \neg Nb \vee Mx$$

$$\neg St \vee \neg Nt \vee Mt$$

$$\neg Lu \vee Su$$

$$\neg Qy \vee \neg Rvy \vee Sv$$

$$\neg Pz \vee Qz$$

$$Pb$$

$$Rab$$

$$Lc$$

$$Na$$

Keresési fa:

$\neg Ma$			
$x/a \quad t/a$			
$\neg Sa \vee \neg Nb$		$\neg Sa \vee \neg Na$	
$\neg Qy \vee \neg Ray \vee \neg Nb$	$\neg La \vee \neg Nb$	$\neg Qy \vee \neg Ray \vee \neg Na$	$\neg La \vee \neg Na$
$\quad z/y$		$\quad z/y$	
$\neg Py \vee \neg Ray \vee \neg Nb$		$\neg Py \vee \neg Ray \vee \neg Na$	
$\quad y/b$		$\quad y/b$	
$\neg Rab \vee \neg Nb$		$\neg Rab \vee \neg Na$	
$\quad $		$\quad $	
$\neg Nb$		$\neg Na$	
		\square	

Herbrand univerzum: $\{a, b, c\}$

Herbrand bázis: Az összes szereplő reláció ezeken az elemeken.

Megj. Néhányan nem SLD rezolúciót használtak a levezetéshez, pedig ez volt a feladat.

332/25/a

M. A cáfolandó klóz halmaza:

$\neg D$

$\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee D$

$\neg E \vee \neg F \vee C$

B

$\neg G \vee \neg C \vee A$

E

G

$\neg G \vee F$

A

A keresési fa:

$\neg D$	
$\neg A \vee \neg B \vee \neg C$	
$/$	
$\neg G \vee \neg C \vee \neg B$	$\neg B \vee \neg C$
$\quad \neg C \vee \neg B$	$\quad \neg C$
$\neg E \vee \neg F \vee \neg B$	$\neg E \vee \neg F$
$\quad \neg F \vee \neg B$	$\quad \neg F$
$\neg G \vee \neg B$	$\neg G$
$\quad \neg B$	$\quad \square$
\square	