

A3 mintavizsga építőmérnököknek

1. (a) Írja le az $y' = F(t, y), y'(t_0) = y_0$ kezdeti érték problémára vonatkozó egzisztencia és unicitás tételt!
- (b) Az $y' = \frac{t-y}{2t+5y}$ differenciálegyenlet esetén határozza meg a ty sík azon legbővebb részhalmazát, ahol a tétel feltételei teljesülnek.
2. (a) Definiálja a binomiális eloszlású valószínűségi változó fogalmát!
- (b) Írja le és bizonyítsa be az (n, p) paraméterű binomiális eloszlású valószínűségi változó várható értékére vonatkozó tételt!
- (c) Egy urnában 10 piros és 13 kék golyó van. 21-szer húzok visszatevéssel. Határozza meg a kihúzott kék golyók számának várható értékét!
3. (a) Definiálja az X valószínűségi változó örökifjú tulajdonságát!
- (b) Bizonyítsa be, hogy a geometriai eloszlás örökifjú tulajdonságú (csak pozitív egészekre nézve)!
4. Oldja meg az $y' + \frac{y}{x} = e^{2x}$ differenciálegyenletet!
5. Oldja meg az $y'' - y = x, y(0) = 0, y'(0) = 1$ kezdeti érték feladatot!
6. Kétszer dobok egy kockával. Jelölje X a két dobás különbségének abszolút értékét! Határozza meg X várható értékét!
7. Egy 10 cm-es szakaszon két véletlen pontot választunk egyenletes eloszlás szerint. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy az így keletkező három szakaszból háromszög szerkeszthető!
8. Egy bizonyos fajta villanykörte élettartama exponenciális eloszlást követ. Fél év alatt a villanykörték 20%-a megy tönkre. Mennyi idő alatt megy tönkre fele?
9. Legyenek X_1, X_2, \dots, X_{100} független, azonos eloszlású valószínűségi változók. Az X_i egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon. Közelítse a $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{100} < 3)$ valószínűséget!