

Matematika A2

5. gyakorlat

1. Legyen

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Határozza meg

- (a) $\underline{\underline{AC}}$
- (b) $\underline{\underline{BC}}$
- (c) $(\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}})\underline{\underline{C}}$ mátrixokat!

2. Legyen

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$$

Határozza meg az

- (a) $\underline{\underline{A}}^2$;
- (b) $\underline{\underline{A}}^{2009}$;
- (c) $\underline{\underline{A}}^{-1}$;
- (d) $\underline{\underline{A}}^{-2009}$ mátrixokat.

3. Legyen

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Határozza meg az

- (a) $\underline{\underline{A}}^2$;
- (b) $\underline{\underline{A}}^{2009}$;
- (c) $\underline{\underline{A}}^{-1}$;
- (d) $\underline{\underline{A}}^{-2009}$ mátrixokat.

4. Elemi sorműveletek segítségével határozzuk meg az alábbi mátrixok inverzét.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ -4 & 2 & -9 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & 11 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -5 \\ 3 & -2 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5. Oldjuk meg az alábbi rendszereket az $\underline{x} = \underline{\underline{A}}^{-1}\underline{b}$ képletet felhasználva.

(a)
$$\begin{array}{rcl} x_1 & + & 2x_2 = 7 \\ 2x_1 & + & 5x_2 = -3 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = b_1 \\
 \text{(b)} \quad & 2x_1 + 5x_2 + 5x_3 = b_2 \\
 & 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = b_3
 \end{aligned}$$

6. Gauss-eliminációval határozzuk meg a determinánsokat!

$$\text{(a)} \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\text{(b)} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{(c)} \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{(d)} \quad \begin{vmatrix} 2 & -4 & 8 \\ -2 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{(e)} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{(f)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

7. A k mely értékei esetén lesz az alábbi mátrix invertálható:

$$\text{(a)} \quad \begin{pmatrix} k-1 & 2 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix}$$

$$\text{(b)} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

8. Számítsuk ki a mátrixok determinánsát tetszőleges sor vagy oszlop szerinti kifejtéssel.

$$\text{(a)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & k & k \\ k^2 & k^2 & k^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{(b)} \quad A = \begin{pmatrix} k-1 & 2 & 3 \\ 2 & k-3 & 4 \\ 3 & 4 & k-4 \end{pmatrix}$$

9. Az adjungált segítségével határozzuk meg A^{-1} -et!

$$\text{(a)} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{(b)} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Oldjuk meg a rendszereket a Cramer szabály segítségével!

$$\begin{array}{l}
 (a) \quad \begin{array}{r}
 2x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = -32 \\
 7x_1 + 2x_2 + 9x_3 - x_4 = 14 \\
 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 11 \\
 x_1 + x_2 - 4x_3 - 2x_4 = -4
 \end{array} \\
 (b) \quad \begin{array}{r}
 2x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\
 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\
 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 15
 \end{array}
 \end{array}$$