

# Matematika A2

## 11. feladatsor

1. Írja fel az érintősíkot a  $P_0$  pontban!

(a)  $z = x^2 + y^2$ ,  $P_0(1, 1, 2)$

(b)  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ ,  $P_0(0, 0, 2)$

(c)  $z = xy + x + y$ ,  $P_0(1, -1, -1)$

2. Határozzuk meg a megadott függvények összes lokális minimumát, maximumát, ezek helyét és a nyeregpontokat is!

(a)  $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 5x + 2y$

(b)  $f(x, y) = 6x^2 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$

(c)  $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 8$

(d)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1}$

3. Keressük meg az  $f(x, y) = x^2 + y^2$  függvény abszolút maximumát és minimumát az első síknegyedbe eső háromszög alakú tartományon, amelyet az  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y + 2x = 2$  egyenesek határolnak!

4. Egy lapos körlap alakú tányér alakját a  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$  egyenlet írja le. A tányért melegítjük úgy, hogy bármely  $(x, y)$  pontban a hőmérséklet értéke  $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$  lesz. Ábrázoljuk a hőmérséklet néhány szintgörbéjét  $D$ -ben (az ún. izotermákat). Keressük meg a tányér legforróbb és leghidegebb pontját!

5. Keressük meg az  $f(x, y) = xy$  és a  $g(x, y) = 2x^2 + y^2$  függvények maximumát és minimumát az  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $y \geq 0$  félkörön!

6. Oldjuk meg a következő feladatot!

(a) Mennyi a minimuma  $x + y$ -nak, ha  $xy = 16$ ,  $y > 0$ ?

(b) Mennyi a maximuma  $xy$ -nak, ha  $x + y = 16$ ?

7. Mekkora a méretei az  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  ellipszisbe írható legnagyobb kerületű téglalapnak, ha az oldalai párhuzamosak a koordinátatengelyekkel? Mekkora a területe?