

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

## Matematika A2 vizsga

2023. július 4. 9-11, Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (a) (3 pont) Definiálja a  $\sum a_n$  végtelen sor konvergenciáját!

(b) (3 pont) A definíció alapján számolja ki a  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$  végtelen sor értékét a mértani sor összegképlete ( $1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q}$ , ha  $q \neq 1$ ) alapján! (Csak a definíció használatáért jár pont!)
- (a) (3 pont) Definiálja az  $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix sajátértékét és sajátvektorát!

(b) (3 pont) Milyen  $x$  érték esetén lesz az  $\underline{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ x & 2 \end{pmatrix}$  mátrix sajátértéke az 5 valós szám?
- (2+6 pont) Írja le és bizonyítsa be a pozitív tagú  $\sum a_n$  végtelen sorra vonatkozó gyökkritériumot!
- (7 pont) Határozza meg a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(10x-3)^n}{\sqrt{n}}$  hatványsor konvergenciatartományát!
- (7 pont) Határozza meg az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldását az  $\underline{x} = \underline{A}^{-1}\underline{b}$  képlettel! Csak ezen képlet használatáért jár pont!

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x + 2y + 3z &= 14 \\ x + 3y + 6z &= 25 \end{aligned}$$

- (6 pont) Határozza meg Lagrange-multiplikátort használva az  $f(x, y) = x + y$  függvény maximumát az  $x^2 + y^2 = 1$  körön! Csak a Lagrange-multiplikátor használatáért jár pont!
- (6 pont) Számolja ki az  $f(x, y) = xy$  függvény kettős integrálját a  $D = \{(x, y), 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}$  tartományon!
- (6 pont) Határozza meg a  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$  tartományon az  $f(x, y) = x^3y$  függvény kettősintegrálját!
- (8 pont) Számolja ki az  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 0)$ ,  $C(1, 1, 0)$ ,  $D(0, 1, 0)$ ,  $E(0, 1, 1)$  és  $F(1, 1, 1)$  csúcú éken az  $f(x, y, z) = z$  függvény hármásintegrálját!