

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2022. június 21. 9-11, Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (3 pont) Definiálja az $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix sajátértékét és sajátvektorát!
 - (3 pont) Bizonyítsa be, hogy ha az \underline{A} és \underline{B} $n \times n$ -es mátrixoknak az 1 szám sajátértéke, akkor az \underline{AB} mátrixnak is sajátértéke az 1 szám.
- (4 pont) Definiálja, hogy a V vektortérben mikor mondjuk, hogy a $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \dots, \underline{b}_n$ vektorok bázist alkotnak.
 - (3 pont) Bizonyítsa be, hogy \underline{R}^3 -ben a $\underline{v}_1 = (2, 3, 1)$, $\underline{v}_2 = (1, 1, 1)$ és $\underline{v}_3 = (-1, -3, 0)$ vektorok bázist alkotnak.
- (2+5 pont) Írja le és bizonyítsa be az alternáló sorokra vonatkozó Leibniz-tételt.
- (6 pont) Határozza meg az $f(x) = x$, $-\pi < x < \pi$, 2π szerint periodikus függvény Fourier-sorát!
- (7 pont) Határozza meg, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszernek mely a és b értékek esetén nincs megoldása, egyértelmű a megoldása vagy végtelen sok megoldása van. Ha van megoldás, akkor az összes megoldást fel kell írni!

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 4z &= 29 \\ x - y + z &= 3 \\ 3x + 2y + az &= b \end{aligned}$$

- (7 pont) Határozza meg Lagrange-féle multiplikatort használva, hogy a szabályos háromszög alapú, 1 térfogatú gúla közül melyik felszíne a legkisebb!
- (7 pont) Határozza meg az $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$ és $D(1, 1)$ csúcú paralelogrammán az $f(x, y) = xy$ kettősintegrálját.
- (7 pont) Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x < 0, y > 0, 0 \leq z \leq 3\}$ tartományon az $f(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$ függvény hármásintegrálját!
- (6 pont) Határozza meg az $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ függvény hármásintegrálját a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 100\}$ tartományon!