

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga
2023. június 20. 9-11, Építőmérnöki BSc szak

Név:
Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (a) (2 pont) Definiálja a $\sum a_n$ végtelen sorozat konvergenciáját!

(b) (2 pont) A definíciót használva mutassa meg, hogy az $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$ végtelen sor divergens!

(c) (4 pont) Írjon le két olyan végtelen sorokról szóló tételt, amiben a " $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ " feltétel szerepel!
- (a) (2 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, ahogy a V vektortérben a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_n$ vektorok lineárisan függetlenek!

(b) (3 pont) Milyen z érték esetén lesznek a $\underline{b}_1 = (-1, 2, -3)$, $\underline{b}_2 = (2, 3, 4)$ és $\underline{b}_3 = (1, 5, z)$ vektorok lineárisan függetlenek?
- (2+5 pont) Írja le és bizonyítsa be a pozitív tagú $\sum a_n$ végtelen sorra vonatkozó hányadoskritériumot!
- (6 pont) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-5x)^n}{\sqrt[3]{n}}$ hatványsor konvergenciatartományát!
- (4+2+2 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 14 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait, rangját és inverzét!
- (6 pont) Határozza meg Lagrange-féle multiplikátort használva, hogy az $f(x, y) = xy$ függvény hol veszi fel a maximumát az $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ ellipszisen!
- (6 pont) Határozza meg az $A(0, 0)$, $B(2, 2)$ és $C(2, -2)$ csúcsháromszög tartományon az $f(x, y) = x + 2y$ függvény kettősintegrálját!
- (8 pont) Az xyz koordináta-rendszerben függőlegesen álló (nagy) pohár (vékony) fala a $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 \leq 100$ egyenletű (forgás)paraboloid. Felülről öntsünk bele 8π egységnyi vizet! Határozzuk meg, hogy miután lecsendesedik a víz, milyen magasan fog állni!
- (6 pont) Határozza meg az $f(x, y, z) = z$ függvény hármasintegrálját a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z > 0\}$ tartományon!