

| Zh-k összpontszáma | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Vizsga | Zh+vizsga | Jegy |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|-----------|------|
|                    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |        |           |      |

**Matematika A2 vizsga**  
2023. június 6. 9-11, Építőmérnöki BSc szak

Név:  
Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (2 pont) Definiálja a  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  függvénysor konvergenciatartományát!
  - (2 pont) Határozza meg a  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{nx}$  függvénysor konvergenciatartományát!
- (2 pont) Definiálja az  $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix inverzét!
  - (2 pont) Definiálja az  $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix sajátértékét és sajátvektorát!
  - (2 pont) Adjon a determináns fogalmát használva szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az  $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix invertálható legyen!
  - (2 pont) Bizonyítsa be, hogy ha az  $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrixnak a 0 sajátértéke, akkor nem invertálható!
- (2+6 pont) Írja le és bizonyítsa be az alternáló sorokra vonatkozó Leibniz-kritériumot!
- (4 pont) Mutassa meg, hogy az  $f(x) = \sin^3 x$  függvény Fourier-sora:  $\frac{3}{4} \sin x - \frac{1}{4} \sin 3x$ .
  - (4 pont) Határozza meg az  $f(x) = \sin^3 x$  függvény  $a = 0$  helyen vette Taylor-sorának első három nemnulla tagját!
- (6 pont) Határozza meg, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldását a Cramer-szabállyal (csak a Cramer-szabály használatáért jár pont!)!

$$2x + 5y = 12$$

$$3x - y = 1$$

- (6 pont) Határozza meg Lagrange-multiplikátort használva az  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$  hiperbolán az  $f(x, y) = x^2 + y^2$  függvény minimumát!
- (7 pont) Határozza meg az  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 2)$  és  $C(3, 1)$  csúcsú háromszögön az  $f(x, y) = x + y$  függvény kettősintegrálját.
- (6 pont) Határozza meg az  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$  függvény kettősintegrálját a  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y > 0\}$  tartományon!
- (7 pont) Legyen  $D$  az  $O$  középpontú 3 sugarú gömb  $xy$  sík feletti része. Határozza meg  $D$ -n az  $f(x, y, z) = \frac{z^3}{x^2 + y^2 + z^2}$  függvény hármasintegrálját!