

Matematika A2

1. gyakorlat

Végtelen sorok

1. Határozza meg az alábbi végtelen sorok összegét!

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n} - e^n}{e^{3n}}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{6^{n+1}}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$

2. Állapítsuk meg a gyök és hányadoskritériumot használva, hogy az alábbi sorok közül melyek konvergensek és melyek divergensek! Válaszukat indokolják!

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{3^n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2009^n}{n^{2009}}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^2}$

(d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n + 6^n}{3^n + 7^n}$

(e) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

3. Mely a esetén konvergens a $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{n+2} - \frac{1}{n+4}\right)$ sor?

4. Az alább megadott végtelen sorok közül melyek konvergensek, és melyek divergensek? Válaszukat indokoljuk!

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 4}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 - 4}$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$$

$$(h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

$$(i) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln n}$$

$$(j) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

$$(k) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n+2}$$

$$(l) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

5. Az alábbi sorok közül melyek az abszolút konvergensek, feltételesen konvergensek, illetve divergensek? (11.6: 11, 19, 27, 39)

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} 0.1^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{5+n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2+4}$$