Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga Név:

2018. június 5., 9-11., Építőmérnöki BSc szak Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

1. (a) *(3 pont)* Mondjon ki egy olyan tételt, ami az $f(x)$ 2π szerint periodukus függvény és az ő Fourier-sora által generált függvény közti kapcsolatot írja le. (Felteheti, hogy az $f(x)$ függvény alkalmas, szép tulajdonsággal rendelkezik).

   (b) *(3 pont)* Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{ha } -\pi \leq x < 0 \\ 1 & \text{ha } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ 2π szerint periodikus függvény Fourier-sorának első négy nemnulla tagját!

   (c) *(2 pont)* Ábrázolja az előző feladatban kapott Fourier-sor grafikonját! Figyeljen a szakadási helyeken a helyes ábrázolásra!

2. (a) *(2 pont)* Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \ldots, \underline{v}_k$ V vektortérbeli vektorok lineárisan függetlenek.

   (b) *(3 pont)* Bizonyítsa be, hogy a $\underline{v}_1 = (1, 1, 0, 0)$, $\underline{v}_2 = (1, 0, 0, 1)$ és $\underline{v}_3 = (0, 0, 1, 1)$ vektorok $\mathbb{R}^4$.ben lineárisan függetlenek.

3. *(3+5 pont)* Legyen V egy skalárszorzatos vektortér, ahol az $\underline{u}$ és $\underline{v}$ vektorok skalárszorzatát $< \underline{u}, \underline{v} >$ jelöli, az $\underline{u}$ vektor hosszát pedig $||\underline{u}||$. Mondja ki és bizonyítsa be azt a tételt, ami az $< \underline{u}, \underline{v} >$ skalárszorzat és $||\underline{u}||$ és $||\underline{v}||$ hosszak közötti kapcsolatot írja le.

4. *(7 pont)* Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{n}$ hatványsor konvergenciatartományát! Ha intervallum a megoldás, akkor a végpontokat is ellenőrizni kell!

5. *(6 pont)* Határozza meg, hogy mely a és b érték esetén lesz egyértelmű, végtelen sok megoldása vagy nem lesz megoldása az alábbi egyenletrendszernek! Ha van megoldás, akkor az összes megoldást fel kell írni!

$$x + ay = 5$$
$$ax + y = b$$

6. *(7 pont)* Határozza meg az $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait

7. *(6 pont)* Határozza meg, hogy az $f(x, y) = x^2 - y^2$ felület melyik pontjában lesz az érintősík párhuzamos az $x + y + z = 0$ síkkal.

8. *(7 pont)* Számítsa ki az $f(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{ch}(x + y)$, $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ felület felszínét.

9. *(7 pont)* Számítsa ki az $f(x, y, z) = 1$ függvény hármasintegrálját a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x > 0, y > 0, z > 0\}$ tartományon!