

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2017. június 6., 10-12., Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

- (2 pont) Mikor mondjuk, hogy a $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \dots, \underline{b}_n$ vektorok a V vektortér bázisát alkotják?
 - (3 pont) Mondja ki azt a bázisok elemszámára vonatkozó tételt, ami a vektortér dimenziójához szükséges.
 - (2 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy a V vektortér dimenziója n .
- (2 pont) Hogyan definiáljuk a skalárszorzatos vektortérben az \underline{u} vektor hosszát?
 - (6 pont) Egy skalárszorzatos vektortérben az \underline{u} és \underline{v} vektorok skaláris szorzatát az $\langle \underline{u}, \underline{v} \rangle$, az \underline{u} vektor hosszát az $\|\underline{u}\|$ jelöli. Bizonyítsa be, hogy bármely \underline{u} és \underline{v} vektorok esetén

$$|\langle \underline{u}, \underline{v} \rangle| \leq \|\underline{u}\| \cdot \|\underline{v}\|$$

teljesül.

- (3 pont) Adja meg az $f(x, y)$ függvény (x_0, y_0) pontban vett $\underline{v} = (v_1, v_2)$, $|\underline{v}| = 1$ irányú iránymenti deriváltját!
 - (2 pont) Határozza meg az $f(x, y) = x^2y + xy^2$ függvény $\underline{v} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ irányú iránymenti deriváltját!
- (7 pont) Határozza meg az $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$, 2π szerint periodikus függvény Fourier-sorának első négy nemnulla tagját!
- (6 pont) Határozza meg, hogy az

$$x + ay = 3$$

$$2x + a^2y = b$$

egyenletrendszernek mely a és b érték esetén nincs megoldása, egyértelmű a megoldása illetve végtelen sok megoldása van.

- (4 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ mátrix sajátvektorait és sajátértékeit!
 - (3 pont) Ábrázolja a $4x^2 + 4xy + 4y^2 = 1$ egyenletrendszernek eleget tevő pontokat (az új koordináta-rendszer, ebben a tengelymetszetek, a görbe egyenlete kell!).
- (7 pont) Határozza meg a $f(x, y) = x^6 + y^6 + 6xy$ függvény szélsőértékeit (a szélsőérték jellegét is ellenőrizni kell!).
- (7 pont) Számítsa ki az $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $D = \{(x, y) : 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y^2 \leq 4\}$ felület felszínét!
- (6 pont) Számítsa ki az $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(1, 1, 0)$, $E(0, 0, 1)$, $F(1, 0, 1)$, $G(0, 1, 1)$ és $H(1, 1, 1)$ csúcsú kockában az $f(x, y, z) = 8xyz$ függvény hármasszorosintegrálját!