

# Matematika A2

## 2. gyakorlat

### Hatványsorok

1. Adjuk meg az itt szereplő sorok konvergenciasugarát és konvergenciaintervallumát!

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(2n)!}$

(c)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$

(d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+3}}$

(e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-5)^{2n+1}}{n^{3/2}}$

2. Mely  $x$ -ek esetén konvergens az

$$1 - \frac{1}{2}(x-3) + \frac{1}{4}(x-3)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-3)^n + \dots$$

végtelen sor? Mi a sor összege? Melyik sort kapjuk tagonkénti deriválással? Mely  $x$ -ek esetén konvergens az új sor?

### Taylor-sorok

3. Határozzuk meg az  $f(x)$  által (a jelzett helyen) generált Taylor-sort!

(a)  $f(x) = x^3 - 2x + 4$ ,  $a = 0$

(b)  $f(x) = 1/x^2$ ,  $a = 1$

(c)  $f(x) = e^x$ ,  $a = 2$

(d)  $f(x) = \ln(1+x)$ ,  $a = 0$

(e)  $f(x) = \operatorname{arctg} 2x$ ,  $a = 2$

4. Adjuk meg a függvények Taylor-sorát az  $x = 0$  helyen!

(a)  $xe^x$

(b)  $x \cos \pi x$

(c)  $\cos^2 x$  (Útmutatás:  $\cos^2 x = (1 + \cos 2x)/2$ )

(d)  $\frac{1}{(1-x)^2}$

5. Írjuk fel a megadott függvények binomiális sorának első négy tagját!

(a)  $(1-x)^{-1/2}$

(b)  $(1+x^3)^{-1/2}$

(c)  $(1-2x)^3$

6. Sorok segítségével számítsuk ki a határértékeket!

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1+x)}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{1 - \cos x}$

7. Sorok segítségével adjunk  $10^{-3}$  pontosságú becslést az alábbi határozott integrálokra!

(a)  $\int_0^{0.2} \sin x^2 dx$

(b)  $\int_0^{0.1} \frac{\sin x}{x} dx$

(c)  $\int_0^{0.1} \sqrt{1+x^4} dx$