Matematika A2

5. gyakorlat

1. Legyen
$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$
   Határozza meg
   (a) $\underline{\underline{AC}}$
   (b) $\underline{\underline{BC}}$
   (c) $(\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}})\underline{\underline{C}}$ mátrixokat!

2. Legyen
$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$$
   Határozza meg az
   (a) $\underline{\underline{A}}^2$;
   (b) $\underline{\underline{A}}^{2009}$;
   (c) $\underline{\underline{A}}^{-1}$;
   (d) $\underline{\underline{A}}^{-2009}$ mátrixokat.

3. Legyen
$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$
   Határozza meg az
   (a) $\underline{\underline{A}}^2$;
   (b) $\underline{\underline{A}}^{2009}$;
   (c) $\underline{\underline{A}}^{-1}$;
   (d) $\underline{\underline{A}}^{-2009}$ mátrixokat.

4. Elemi sorműveletek segítségével határozzuk meg az alábbi mátrixok inverzét.
   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ -4 & 2 & -9 \end{pmatrix}$
   (b) $\begin{pmatrix} 5 & 11 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & -5 \\ 3 & -2 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5. Oldjuk meg az alábbi rendszereket az $\underline{x} = \underline{\underline{A}}^{-1}\underline{b}$ képletet felhasználval.
   (a) $\begin{array}{rcrcr} x_1 & + & 2x_2 & = & 7 \\ 2x_1 & + & 5x_2 & = & -3 \end{array}$

(b) $$\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & b_1 \\ 2x_1 & + & 5x_2 & + & 5x_3 & = & b_2 \\ 3x_1 & + & 5x_2 & + & 8x_3 & = & b_3 \end{array}$$

6. Gauss-eliminációval határozzuk meg a determinánsokat!

(a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 7 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

(d) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 8 \\ -2 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

(e) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

(f) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

7. A k mely értékei esetén lesz az alábii mátrix invertálható:

(a) $\begin{pmatrix} k-1 & 2 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{pmatrix}$

8. Számítsuk ki a mátrixok determinánsát tetszőleges sor vagy oszlop szerinti kifejtéssel.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & k & k \\ k^2 & k^2 & k^2 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} k-1 & 2 & 3 \\ 2 & k-3 & 4 \\ 3 & 4 & k-4 \end{pmatrix}$

9. Az adjungált segítségével határozzuk meg A^{-1}-et!

(a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

10. Oldjuk meg a rendszereket a Cramer szabály segítségével!

(a)
$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & 4x_4 & = & -32 \\ 7x_1 & + & 2x_2 & + & 9x_3 & - & x_4 & = & 14 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 11 \\ x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 7 \\ 6x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 15 \end{array}$$