

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2015. január 20.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és összesen is el kell érni 30%-ot

1. (a) (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az a_n sorozat határértéke az A valós szám!
- (b) (5 pont) Döntse le, hogy a következő két sorozat határértéke közül melyik a nagyobb:

$$a_n = \sqrt{n^2 + 60n} - n, \quad b_n = \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{\sqrt{n^2+60n}}$$

2. (a) (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény monoton nő!
- (b) (3 pont) Adjon elégséges feltételt a deriváltak segítségével arra, hogy az $f(x)$ függvény monoton nő az $[a, b]$ intervallumban!
- (c) (4 pont) Határozza meg, hogy az $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, $x \neq 0$ függvény hol monoton csökken illetve nő!
3. (a) (3 pont) Definiálja az $f(x)$ függvény deriváltját x_0 -ban!
- (b) (7 pont) Bizonyítsa be a definíció alapján, hogy $(\sin(x_0))' = \cos(x_0)$! (A bizonyítás során használhatja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.)
4. (10 pont) Határozza meg az $\left(\frac{5-3i}{4+i} \right)^{67}$ komplex szám algebrai alakját!
5. Legyen $A(3, 2, 4)$, $B(2, 1, 3)$ és $C(-1, 0, 5)$.
 - (a) (5 pont) Határozza meg az A , B és C pontok által meghatározott sík egyenletét!
 - (b) (5 pont) Határozza meg az $O(0, 0, 0)$, A , B és C csúcú tetraéder térfogatát!
6. (10 pont) Tekintsük a $x = cht$, $y = sht$, $t \in \mathbb{R}$, paraméterezésű görbét. Határozza meg azt a t paraméterértéket, amelynél a görbe érintője párhuzamos a $3y - 5x = 6$ egyenessel!
7. (10 pont) Határozza meg az $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x+3} dx$ integrált! (Segítség: Használjon $t = \sqrt{x-1}$ helyettesítést!)
8. (10 pont) Forgassuk meg az $f(x) = x \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ görbét az x tengely körül. Határozza meg az így kapott forgástest térfogatát!
9. (10 pont) Határozza meg az $y = \sqrt{1-x^2}$, $0 \leq x \leq 1$ görbe alatti vékony homogén lemez súlypontját!